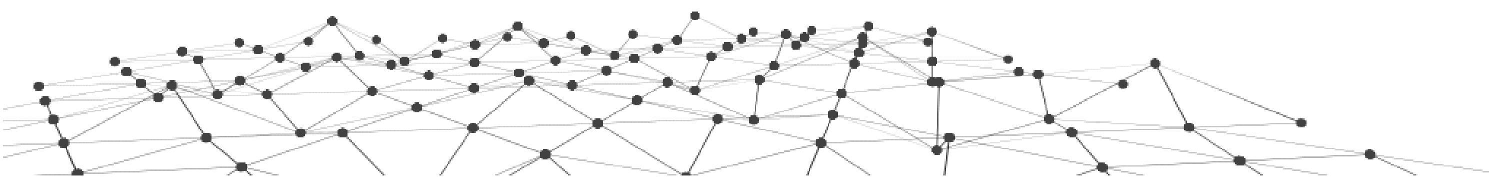
重点高中典型题·刷刷刷课后作业

高一数学 全下册

慕课 & 思度　　校稿 UyNehc



CONTENTS 目录

第6章　三角

6.1　正弦、余弦、正切、余切

第1课时　锐角的正弦、余弦、正切、余切

基础过关　学考基础层级

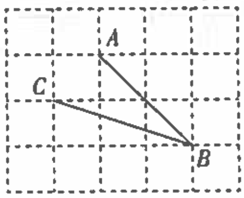
1. 计算 $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ =$ ________.

2. 计算 $\dfrac{3\tan 45^\circ - \cot 45^\circ}{2\sin 60^\circ - 2\cos 45^\circ} =$ ________.

3. 若 α 为锐角，且 $\sin\alpha = \dfrac{1-3m}{2}$，则实数 m 的取值范围是________.

4. 如果方程 $x^2-4x+3=0$ 的两个根分别是 Rt△ABC 的两条边，Rt△ABC 的最小角为 A，那么 $\tan A$ 的值为________.

5. 在如图网格中，小正方形的边长均为 1，点 A、B、C 都在格点上，则∠ABC 的正切值是　　(　　)



A. 2　　B. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

6. 若∠A 是锐角，且 $\cos A = \dfrac{3}{4}$，则　　(　　)

A. $0^\circ < \angle A < 30^\circ$　　B. $30^\circ < \angle A < 45^\circ$

C. $45^\circ < \angle A < 60^\circ$　　D. $60^\circ < \angle A < 90^\circ$

能力提升　学考进阶层级

7. 计算 $\sqrt{(1-\cot 30^\circ)^2} + (1+\tan 60^\circ) =$ ________.

8. 计算 $\sqrt{\dfrac{2\tan^2 45^\circ + 6\cot^2 60^\circ}{4\cos^2 60^\circ - 2\sin^2 30^\circ}} =$ ________.

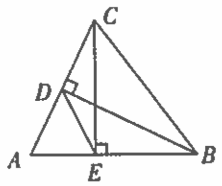
9. 用不等号连接下面的式子：

(1) $\cos 50^\circ$ ________ $\cos 20^\circ$；

(2) $\tan 18^\circ$ ________ $\tan 21^\circ$.

10. 正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 P 是直线 CD 上一点，若 $DP=1$，则 $\tan\angle BPC$ 的值是________.

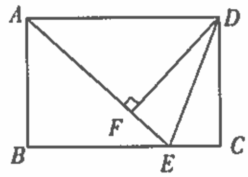
11. 如图，在△ABC 中，$BD \perp AC$，$CE \perp AB$，$S_{\triangle ADE}=10$，$S_{\triangle ABC}=90$，则 $\sin A=$ ________，$\tan A=$ ________.



12. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，E 是 BC 边上的点，$AE=BC$，$DF \perp AE$，垂足为 F，连接 DE.

(1)求证：$AB=DF$；

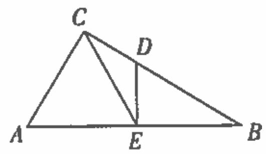
(2)若 $AD=10$，$AB=6$，求 $\tan\angle EDF$ 的值.



13. 如图，在 Rt△ABC 中，∠$ACB=90^\circ$，$\sin B=\dfrac{3}{5}$，D 是 BC 边上一点，$DE \perp AB$，垂足为 E，$CD=DE$，$AC+CD=9$，求：

(1) BC 的长；

(2) CE 的长.



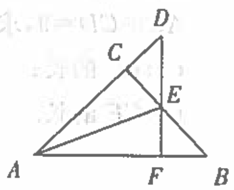
14. 已知△ABC中的$\angle A$与$\angle B$满足$(1-\tan A)^2+\left|\sin B-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|=0$，求$(1+\sin A)^2-2\sqrt{\cos B}-(3+\tan C)^0$的值.

拓展探究　选考必备层级

15. 如图，$BC\perp AD$于C，$DF\perp AB$于F，$\frac{S_{\triangle AFD}}{S_{\triangle EFB}}=9$，$\angle BAE=\alpha$，

(1)求$\sin\alpha+\cos\alpha$的值；

(2)若$S_{\triangle AEB}=S_{\triangle ADE}$，当$AF=6$时，求$\cot\angle BAD$的值.

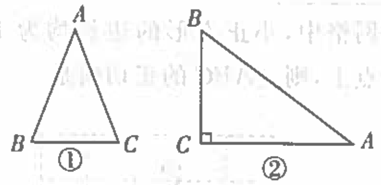


16. 通过学习三角比，我们知道在直角三角形中，一个锐角的大小与两条边长的比值相互唯一确定，因此边长与角的大小之间可以相互转化.类似的，可以在等腰三角形中建立边角之间的联系.我们定义：等腰三角形中底边与腰的比叫做顶角的正对(sad).如图①，在△ABC中，$AB=AC$，顶角A的正对记作sad A，这时sad $A=\frac{底边}{腰}=\frac{BC}{AB}$.容易知道一个角的大小与这个角的正对值也是相互唯一确定的.根据上述角的正对定义，解下列问题：

(1)sad $60°=$__________；

(2)对于$0°<A<180°$，$\angle A$的正对值sad A的取值范围是__________；

(3)如图②，已知$\sin A=\frac{3}{5}$，其中$\angle A$为锐角，试求sad A的值.



第2课时 任意角及其度量(1)

基础过关 学考基础层级

1. 经过12分钟,时钟的分针所转过的角是________.

2. 将$-885°$化为$\alpha+k\cdot360°(0°\leqslant\alpha<360°,k\in\mathbf{Z})$的形式是________.

3. 在四个角$-20°,-400°,-2\ 000°,600°$中,第四象限的角的个数是________.

4. 下列说法中,正确的是________.(填序号)
①终边落在第一象限的角为锐角;②锐角是第一象限的角;③第二象限的角为钝角;④小于90°的角一定为锐角;⑤角α与$-\alpha$的终边关于x轴对称.

5. 下列各角中,与角330°的终边重合的角是( )
A. 510° B. 150° C. $-150°$ D. $-390°$

6. 在与530°终边重合的角中,求满足下列条件的角.
(1)最大的负角;(2)最小的正角;
(3)$-720°$到$-360°$的角.

能力提升 学考进阶层级

7. 已知角2α的终边在x轴的上方,那么α是第________象限的角.

8. 在$-180°\sim360°$范围内,与2 000°角终边重合的角为________.

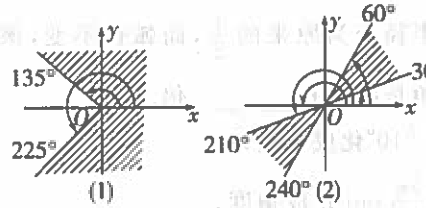
9. 若将时钟拨慢5分钟,则分针转了________度,时针转了________度.

10. 若α是第三象限的角,则$\frac{\alpha}{2}$是第________象限的角.

11. 如果角α与$x+45°$具有同一条终边,角β与$x-45°$具有同一条终边,则α与β的关系是 ( )
A. $\alpha+\beta=0$
B. $\alpha-\beta=0$
C. $\alpha+\beta=k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$
D. $\alpha-\beta=k\cdot360°+90°(k\in\mathbf{Z})$

12. 集合$A=\{\alpha|\alpha=k\cdot90°-36°,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{\beta|-180°<\beta<180°\}$,则$A\cap B$等于 ( )
A. $\{-36°,54°\}$
B. $\{-126°,144°\}$
C. $\{-126°,-36°,54°,144°\}$
D. $\{-126°,54°\}$

13. 已知角x的终边落在图示阴影部分区域,写出角x组成的集合.



14. 已知角β的终边在直线$\sqrt{3}x-y=0$上.
(1)写出角β的集合S;
(2)写出S中适合不等式$-360°<\beta<720°$的元素.

拓展探究 选考必备层级

15. 已知角的集合$\{\alpha|\alpha=k\cdot90°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$.
(1)其中有几种终边不重合的角?
(2)其中有几个落在$-360°\sim360°$之间的角?
(3)写出其中是第二象限的角一般表示方法.

第3课时　任意角及其度量(2)

基础过关　学考基础层级

1. 300°用弧度制可表示为________.

2. 把$-\frac{11}{4}\pi$表示成$\theta+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$的形式，使$|\theta|$最小的$\theta$值是________.

3. 顶点在直角坐标系xOy的原点，始边与x轴的正半轴重合，且大小为2 021弧度的角在第________象限.

4. 圆的半径变为原来的$\frac{1}{2}$，而弧长不变，该弧所对的圆心角是原来的________倍.

5. (1)把310°化成弧度；

(2)把$\frac{5\pi}{12}$ rad化成角度；

(3)已知$\alpha=15^\circ$、$\beta=\frac{\pi}{10}$、$\gamma=1$、$\theta=105^\circ$、$\varphi=\frac{7\pi}{12}$，试比较α、β、γ、θ、φ的大小.

6. (1)已知扇形的周长为20 cm，面积为9 cm^2，求扇形圆心角的弧度数；

(2)已知某扇形的圆心角为75°，半径为15 cm，求扇形的面积.

能力提升　学考进阶层级

7. 一条铁路在转弯处成圆弧形，圆弧的半径为2 km，一列火车用30 km/h的速度通过，10 s间转过________(填弧度).

8. 圆弧长度等于圆内接正三角形边长，则其所对圆心角的弧度数为________.

9. 设集合$M=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{2}\pm\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则$M$、$N$之间的关系为$M$________$N$.

10. 一个半径为R的扇形，它的周长是$4R$，则这个扇形所含弓形的面积是________.

11. 已知两角和为1弧度，且两角差为1°，则这两个角的弧度数分别是________.

12. 已知角α的终边与角$\frac{\pi}{3}$的终边重合，在$[0,2\pi)$内哪些角的终边与角$\frac{\alpha}{3}$的终边重合?

拓展探究　选考必备层级

13. 已知一扇形的圆心角是α，所在圆的半径是R.

(1)若$\alpha=60^\circ$，$R=10$ cm，求扇形的弧长及该弧所在的弓形面积；

(2)若扇形的周长是一定值C $(C>0)$，当α为多少弧度时，该扇形有最大面积?

第4课时 任意角的正弦、余弦、正切、余切(1)

基础过关 学考基础层级

1. $\sin 2\cdot\cos 3\cdot\tan 4$ 的值是________(填"正数""负数"或"零").

2. 若点 $P(3,y)$ 是角 α 终边上的一点,且满足 $y<0$, $\cos\alpha=\frac{3}{5}$,则 $\tan\alpha=$________.

3. 如果点 $P(\sin\theta\cos\theta,2\cos\theta)$ 位于第三象限,那么 θ 在第________象限.

4. 比较 $\sin 1,\sin 1.2,\sin 1.5$ 的大小关系是 ( )

A. $\sin 1>\sin 1.2>\sin 1.5$

B. $\sin 1>\sin 1.5>\sin 1.2$

C. $\sin 1.5>\sin 1.2>\sin 1$

D. $\sin 1.2>\sin 1>\sin 1.5$

5. 判断下列各式的符号.

(1) $\sin 105^\circ\cdot\cos 230^\circ$; (2) $\sin 240^\circ\cdot\sin 300^\circ$;

(3) $\cos\frac{16\pi}{3}\cdot\sin\pi$; (4) $\cos 4\cdot\cos 5$.

6. $A=\left\{x\left|\log_{\frac{1}{3}}\left|x-\frac{\pi}{3}\right|\geqslant\log_{\frac{1}{3}}\frac{2\pi}{3}\right.\right\}$, $B=\{x|\cos 2x\geqslant 0\}$,求 $A\cap B$.

能力提升 学考进阶层级

7. 若 $|\cos\theta|=\cos\theta$, $|\tan\theta|=-\tan\theta$,则 $\frac{\theta}{2}$ 的终边在 ( )

A. 第一、三象限 B. 第二、四象限

C. 第一、三象限或 x 轴上 D. 第二、四象限或 x 轴上

8. 已知 θ 角的终边经过点 $P(x,3)(x<0)$ 且 $\cos\theta=\frac{\sqrt{10}}{10}x$,则 $x=$________.

9. 如果 $\tan x>0$,且 $\sin x+\cos x>0$,那么角 x 是第________象限的角.

10. 已知角 α 的终边上一点的坐标为 $\left(\sin\frac{2\pi}{3},\cos\frac{2\pi}{3}\right)$,则角 α 的最小正值为________.

11. α 终边经过点 $(3a-9,a+2)$,且 $\sin\alpha>0$, $\cos\alpha\leqslant 0$,则实数 a 的取值范围是________.

12. 如果 $\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$,那么下列不等式成立的是 ( )

A. $\cos\alpha<\sin\alpha<\tan\alpha$ B. $\tan\alpha<\sin\alpha<\cos\alpha$

C. $\sin\alpha<\cos\alpha<\tan\alpha$ D. $\cos\alpha<\tan\alpha<\sin\alpha$

13. 已知 $\tan\alpha=2$,求 $\sin\alpha\cos\alpha$, $\sin\alpha+\cos\alpha$, $\sin\alpha\cos^3\alpha$.

拓展探究 选考必备层级

14. 证明: $|\sin\alpha|+|\cos\alpha|\geqslant 1$.

第5课时　任意角的正弦、余弦、正切、余切(2)

基础过关　学考基础层级

1. 已知 α 是第二象限的角，$\sin\alpha=\frac{5}{13}$，则 $\cos\alpha=$________.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\tan A=\frac{\sqrt{2}}{3}$，则 $\sin A=$________.

3. 已知 $\sin\alpha=k$，$\cos\alpha=1-k$，则实数 k 的值为________.

4. 已知 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，且 $\tan\alpha>0$，求 $\frac{\tan\alpha\cos^3\alpha}{1-\sin\alpha}$ 的值.

5. 已知角 θ 的终边上一点 $P(-\sqrt{3},m)$，且 $\sin\theta=\frac{\sqrt{2}m}{4}$，求 $\cos\theta$、$\tan\theta$ 的值.

能力提升　学考进阶层级

6. 已知 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=$________.

7. 若 $\sin\alpha+\sin^2\alpha=1$，则 $\cos^2\alpha+\cos^4\alpha=$________.

8. α、β 是三角形的两内角，且 $\sin\alpha=\sqrt{2}\cos\beta$，$\tan\alpha=\sqrt{3}\cot\beta$，则 $\alpha=$________，$\beta=$________.

9. 已知 $\alpha\in\mathbf{R}$，$\sin\alpha+2\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{2}$，则 $\tan\alpha=$________.

10. 若 $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$，则 $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$ 的化简结果为　(　　)

A. $\frac{2}{\tan\alpha}$　B. $-\frac{2}{\tan\alpha}$　C. $\frac{2}{\sin\alpha}$　D. $-\frac{2}{\sin\alpha}$

11. 根据下列条件，求角 α 的正弦、余弦、正切和余切值中未知的量：

(1)已知 $\sin\alpha=-\frac{1}{3}$，并且 α 是第三象限的角；

(2)已知 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，并且 α 是第二象限的角.

12. 若 $\sqrt{1-\sin^2\frac{\alpha}{2}}=-\cos\frac{\alpha}{2}$ 成立，求角 α 的取值范围.

拓展探究　选考必备层级

13. 求证：$\frac{1+2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\frac{\tan\alpha+1}{\tan\alpha-1}$.

14. 若 $\tan^2\alpha=2\tan^2\beta+1$，求 $2\sin^2\alpha-\sin^2\beta$.

第6课时　任意角的正弦、余弦、正切、余切(3)

基础过关　学考基础层级

1. 化简 $\sqrt{1-2\sin 40^\circ\cos 40^\circ}=$________.

2. 若$\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=3$,则 $\sin\theta\cos\theta$ 的值是________.

3. 若 $\cos\alpha+2\sin\alpha=-\sqrt{5}$,则 $\tan\alpha=$________.

4. 若 $\tan\alpha=2$,则$\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}=$________.

5. 已知 θ 是第二象限角,则$\frac{1}{\sin\theta\sqrt{1+\cot^2\theta}}+\frac{2\tan\theta}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$

$=$________.

6. 已知 $\tan\alpha=7$,求下列各式的值.

(1)$\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{2\sin\alpha-\cos\alpha}$;

(2)$\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+3\cos^2\alpha$.

能力提升　学考进阶层级

7. 化简:$\frac{1-2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}\cdot\frac{1+2\sin\alpha\cos\alpha}{1-2\sin^2\alpha}$.

8. 若角 α 的终边落在直线 $x+y=0$ 上,求$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}+\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$的值.

9. 若 α 为第二象限角,求 $\cot\alpha\sqrt{\sec^2\alpha-1}+\cos\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha}+\sin\alpha\sqrt{1-\cos^2\alpha}$的值.

10. 化简:$\left(\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\alpha}\right)-(\cot\alpha-\tan\alpha)^2$.

11. 已知 $2\cos^2\alpha+3\cos\alpha\sin\alpha-3\sin^2\alpha=1$,求:

(1)$\tan\alpha$;

(2)$\frac{2\sin\alpha-3\cos\alpha}{4\sin\alpha-9\cos\alpha}$.

12. 若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha$ 的值.

13. 已知 $\cos\alpha=m, 0<|m|\leqslant 1$，求 $\sin\alpha$ 和 $\tan\alpha$.

14. 已知关于 x 的方程 $2x^2-(\sqrt{3}+1)x+2m=0$ 的两根为 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$，$\theta\in(0,\pi)$，求：

(1) m 的值；

(2) $\frac{\sin\theta}{1-\cot\theta}+\frac{\cos\theta}{1-\tan\theta}$ 的值.

拓展探究 选考必备层级

15. 是否存在一个实数 k，使方程 $8x^2+6kx+2k+1=0$ 的两个根是一个直角三角形两个锐角的正弦？

16. 已知 $\sin\theta$、$\cos\theta$ 是关于 x 的方程 $x^2-ax+a=0$ 的两个根. 求：

(1) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$；

(2) $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}$.

第7课时 诱导公式(1)

基础过关 学考基础层级

1. $\sin(-960^\circ)\cos 1\,470^\circ-\cos(-240^\circ)\sin(-210^\circ)=$ ________.

2. 化简：$\sin(-\alpha)\cos(\pi+\alpha)\tan(2\pi+\alpha)=$ ________.

3. $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，若 $\tan(\pi-\alpha)=-\frac{3}{4}$，则 $\sin\alpha=$ ________.

4. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\sin^2\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=$ ________.

5. 已知 $\frac{\cos(180^\circ+\alpha)\sin(\alpha+360^\circ)\sin(540^\circ+\alpha)}{\sin(-\alpha-180^\circ)\cos(-180^\circ-\alpha)}=\lg\frac{1}{\sqrt[3]{10}}$，

求 $\frac{\cos(\pi+\alpha)}{\cos\alpha[\cos(\pi-\alpha)-1]}+\frac{\cos(\alpha-2\pi)}{\cos\alpha\cos(\pi-\alpha)+\cos(\alpha-2\pi)}$ 的值.

6. $\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{2\pi}{3}$，$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=m(m\neq0)$，求 $\tan\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)$ 的值.

能力提升 学考进阶层级

7. 若 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right)$，$\tan(\alpha-7\pi)=-\frac{3}{4}$，则 $\sin\alpha+\cos\alpha=$ ________.

8. $\frac{\cos(-585^\circ)}{\sin 495^\circ+\sin(-570^\circ)}=$ ________.

9. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos\left(\frac{5\pi}{6}-\theta\right)=$ ________.

10. 设 $f(x)=a\sin(\pi x+\alpha)+b\cos(\pi x+\beta)+2$，其中 a、b、α、β 为非零常数. 若 $f(2\,020)=1$，则 $f(2\,021)=$ ________.

11. 若 $\sin(\pi-\alpha)=\log_8\frac{1}{4}$，且 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，则 $\cos(\pi+\alpha)$ 的值为 ( )

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D. 以上都不对

12. 已知角 α 的终边经过点 $P\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$.

(1)求 $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin(\alpha+\pi)}\cdot\frac{\tan(\alpha-\pi)}{\cos(3\pi-\alpha)}$ 的值；

(2)求 $\frac{\sin^3(\pi-\alpha)+5\cos^3(\alpha-3\pi)}{3\cos^3(\pi-\alpha)+\sin^2(\pi-\alpha)\cos(\alpha-2\pi)}$ 的值.

13. 已知 $\cos(\alpha-\pi)=-\frac{2}{3}$.

求：$\frac{\sin(\alpha-2\pi)+\sin(-\alpha-3\pi)\cos(\alpha-3\pi)}{\cos(\pi-\alpha)-\cos(-\pi-\alpha)\cos(\alpha-4\pi)}$.

14. 已知 $\sin(\alpha+\beta)=1$，求证：$\tan(2\alpha+\beta)+\tan\beta=0$.

拓展探究 选考必备层级

15. 化简：$\cos\left(\frac{4n+1}{4}\pi+x\right)+\cos\left(\frac{4n-1}{4}\pi-x\right)(n\in\mathbf{Z})$.

16. 设 k 为整数，化简 $\frac{\sin(k\pi-\alpha)\cos[(k-1)\pi-\alpha]}{\sin[(k+1)\pi+\alpha]\cos(k\pi+\alpha)}$.

第 8 课时　诱导公式(2)

基础过关　学考基础层级

1. 已知 $\sin\alpha=\frac{2}{5}$，则 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=$__________.

2. 若 $\tan 126^\circ=m$，则 $\cot 36^\circ$ 等于__________.

3. $\sin(\pi+\alpha)=\frac{3}{5}$，则 $\frac{\sin(-\alpha)\cos(\pi-\alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}=$__________.

4. 已知 $x\in\mathbf{R}$，则下列等式恒成立的是　　(　　)

A. $\sin(-x)=-\sin x$

B. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=-\cos x$

C. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\tan x$

D. $\cos(\pi-x)=\cos x$

5. 已知 $\sin(\pi+\alpha)=-\frac{1}{3}$，$0<\alpha<\frac{\pi}{3}$.

求 $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\tan\left(\alpha-\frac{5\pi}{2}\right)$.

6. 若 α 为第二象限角，$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\frac{4}{5}$，

(1)求 $\sin\alpha$ 的值；

(2)求 $\frac{\sin(5\pi-\alpha)\cos\left(\frac{7}{2}\pi-\alpha\right)\tan(-\pi+\alpha)}{-\tan(-19\pi-\alpha)\sin(-\alpha)}$ 的值.

能力提升　学考进阶层级

7. 函数 $y=\log_a(x+4)+4(a>0$，且 $a\neq1)$ 的图像恒过定点 A，且点 A 在角 θ 的终边上，则 $\cos\left(\frac{7\pi}{2}+\theta\right)=$__________.

8. 若 $\sin(3\pi+\alpha)=-\frac{1}{2}$，则 $\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)=$__________.

9. 若 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{2}{3}$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=$__________.

10. 若 $\sin(\pi+\alpha)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-m$，则 $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+2\sin(2\pi-\alpha)$ 的值为__________.

11. 如果 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{1}{5}$，且 α 是第四象限角，那么 $\cos\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)=$__________.

12. 已知 $\tan\alpha=2$，求 $\frac{\cos\left(\frac{5\pi}{2}-\alpha\right)+\cos(2\pi-\alpha)}{\sin(-\alpha+\pi)-\cos(-\alpha)}$ 的值.

13. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=2\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$.

求$\frac{\sin^3(\pi+\alpha)+\cos(\alpha+\pi)}{5\cos\left(\frac{5\pi}{2}-\alpha\right)+3\sin\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)}$的值.

14. 若 $\sin(180^\circ+\alpha)=\frac{\sqrt{10}}{10}$,

求$\frac{\sin(-\alpha)+\sin(-90^\circ-\alpha)}{\cos(540^\circ-\alpha)+\cos(-270^\circ-\alpha)}$的值.

拓展探究 选考必备层级

15. 设代数式

$$\Gamma=\frac{\sin(5\pi-\alpha)-2\cos(6\pi-\alpha)+\cos\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos\left(\frac{5\pi}{2}+\alpha\right)+\sin(11\pi+\alpha)}.$$

(1)若 $\alpha=-\frac{\pi}{6}$,求 Γ 值;

(2)若 α 为第三象限角,且 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3}{4}$,求 Γ 的值.

16. 已知 $\sin\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\cos\left(-\frac{5\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{60}{169}$,且$\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$,求 $\sin\alpha$ 与 $\cos\alpha$ 的值.

第 9 课时　已知正弦、余弦或正切值求角

基础过关　学考基础层级

1. 方程 $\sin 2x=\frac{1}{2}$ 的解集为____________.

2. 若 $y=a+\sin x$ 在区间 $[\pi,2\pi]$ 上有且只有一个解，则 $a=$________.

3. 设三角方程 $\cos x=-1$ 与 $\sin 3x=0$ 的解集分别为 E,F，那么　　(　　)

A. $E\subseteq F$　　B. $F\subseteq E$

C. $E\cap F=\varnothing$　　D. $E=F$

4. 求方程的解集：$2\sin^2x+\cos x-1=0$.

5. 若 $x=\frac{\pi}{3}$ 是方程 $2\cos(x+\alpha)=1$ 的解，求 α.

能力提升　学考进阶层级

6. 方程 $4\cos^2x-4\sqrt{3}\cos x+3=0$ 的解集是________.

7. 方程 $\sin x-\cos x=1$ 的解集是____________.

8. 若关于 x 的方程 $\sin x-\cos x=k$ 无解，则实数 k 的取值范围是____________.

9. 集合 $\{x|\cos(\pi\cos x)=0,x\in[0,\pi]\}=$________(用列举法表示).

10. 设 α_1,α_2，且 $\frac{1}{2+\sin\alpha_1}+\frac{1}{2+\sin 2\alpha_2}=2$，则 $|10\pi-\alpha_1-\alpha_2|$ 的最小值为　　(　　)

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

11. 根据下列条件，求角 x：

(1) $|\tan\alpha|=\sqrt{3}$；

(2) $\sin^2x-\sin x\cos x=0$.

12. 求下列方程的解集：

(1) $\sin x\cos x=\cos^2 x-\frac{1}{2}$；

(2) $4\sin x\cos x-2(\sqrt{3}\sin x+\cos x)+\sqrt{3}=0$；

(3) $\sin x+\sin 3x=2$.

13. 设关于 x 的方程 $\frac{3+2\sin x+\cos x}{1+2\sin x+3\cos x}=k$.

(1)当 $k=1$ 时，求方程的解；

(2)若命题"关于 x 的方程 $a\sin x+b\cos x=c$ 有解的充要条件是 $a^2+b^2\geqslant c^2$"是真命题，求实数 k 的取值范围.

拓展探究 选考必备层级

14. 设集合 $M=\left\{x\left|\frac{\cos x}{1-\sin x}=\sqrt{3}\right.\right\}$ 和集合 $N=\left\{x\left|\frac{1+\sin x}{\cos x}=\sqrt{3}\right.\right\}$，试判断集合 M 与 N 之间的关系.

15. (1)当锐角 θ 为何值时，方程 $(3\sin\theta)x^2-(4\cos\theta)x+2=0$ 有两个相等的实根，并求这个方程的实根.

(2)若方程 $\cos^2 x+p\cos x-p^2+1=0$ 恒有解，求实数 p 的取值范围.

6.2 常用三角公式

第1课时 两角和与差的正弦、余弦、正切公式(1)

基础过关 学考基础层级

1. $\cos 75^\circ\cdot\cos 15^\circ-\sin 435^\circ\cdot\sin 15^\circ=$________.

2. 若 $\cos\alpha=\frac{1}{5}$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=$________.

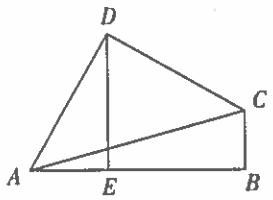
3. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{1}{8}$，则 $\cos\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha$ 的值为________.

4. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\frac{1}{3}$，$\alpha$ 为锐角，那么 $\cos\alpha=$________.

5. 在△ABC 中，∠B 是直角，$DE\perp AB$，$CD\perp AD$，$AC=1$.

(1)若∠$DAB=60^\circ$，∠$DAC=45^\circ$，求 AB 的长，由此推出 $\cos 15^\circ$的值；

(2)设∠$DAB=\alpha$，∠$DAC=\beta$(α，β，$\alpha-\beta$ 均为锐角)，试由图推出求 $\cos(\alpha-\beta)$的公式.



能力提升 学考进阶层级

6. 在△ABC 中，$\cos A=\frac{3}{5}$，且 $\cos B=\frac{5}{13}$，则 $\cos C=$________.

7. 已知 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{3}$，则$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=$________.

8. 已知 $\sin(\alpha-\gamma)=\frac{3}{5}$，$\cos(\beta-\gamma)=\frac{5}{13}$，则 $\cos(\alpha-\beta)=$________.

9. $\frac{\cos 47^\circ+\sin 17^\circ\cdot\sin 30^\circ}{\cos 17^\circ}=$________.

10. 在△ABC 中，若 $\sin A\sin B<\cos A\cos B$，则△$ABC$ 一定为 ( )

A. 等边三角形　　B. 直角三角形

C. 锐角三角形　　D. 钝角三角形

11. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=2\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$，求 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$.

12. 已知 $\alpha,\beta\in\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$，$\sin(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$，$\sin\left(\beta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{12}{13}$，求 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$的值.

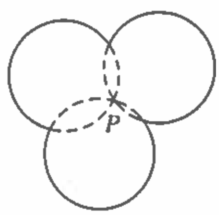
13. 已知 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin(\alpha-\beta)=\frac{\sqrt{10}}{10}$，且 $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

(1)求 $\cos(2\alpha-\beta)$的值；

(2)求 β 的值.

拓展探究 选考必备层级

14. 如图，图中的实线是由三段圆弧联结而成的一条封闭曲线 C，各段弧所在的圆经过同一点 P(点 P 不在 C 上)且半径相等. 设第 i 段弧所对的圆心角为 $a_i(i=1,2,3)$，则 $\cos\frac{a_1}{3}\cdot\cos\frac{a_2+a_3}{3}-\sin\frac{a_1}{3}\cdot\sin\frac{a_2+a_3}{3}=$________.



第2课时　两角和与差的正弦、余弦、正切公式(2)

基础过关　学考基础层级

1. $\sin(65^\circ-x)\cos(x-20^\circ)+\cos(65^\circ-x)\cos(110^\circ-x)=$__________.

2. $\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$，$\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{10}$，则$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=$________.

3. $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，则$\sin\left(\alpha-\frac{5\pi}{4}\right)=$________.

4. 已知α是第三象限的角，且$\tan\alpha=2$，则$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$　　(　　)

A. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

C. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

5. 已知$\tan\alpha=2$.

(1)求$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$的值；

(2)求$\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-2\cos^2\alpha}$的值.

能力提升　学考进阶层级

6. 若α为锐角，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，β是第四象限的角，$\cos(\pi+\beta)=-\frac{4}{5}$，则$\sin(\alpha+\beta)$的值为__________.

7. 已知$\cos\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{12}{13}$，且$0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$，则$\sin\beta=$________.

8. 化简$\frac{\sin(\alpha+30^\circ)+\cos(\alpha+60^\circ)}{2\cos\alpha}$的结果是________.

9. 化简$\frac{\sin 22^\circ+\cos 45^\circ\sin 23^\circ}{\cos 22^\circ-\sin 45^\circ\sin 23^\circ}=$________.

10. $\sin\theta=-\frac{7}{25}$，$\theta\in\left(\pi,\frac{3}{2}\pi\right)$，则$\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=$________.

11. 已知锐角α满足$\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=-\frac{1}{2}$，求$\sin\alpha$，$\cos\alpha$的值.

12. 已知 $\sin\alpha=\frac{15}{17}$，$\cos\beta=-\frac{5}{13}$，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，求 $\sin(\alpha+\beta)$，$\sin(\alpha-\beta)$ 的值.

13. 已知 $\tan\alpha$，$\tan\beta$ 是方程 $x^2+3\sqrt{3}x+4=0$ 的两个根，$\alpha,\beta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，求 $\alpha+\beta$.

14. 锐角 α,β 满足 $\tan\alpha=2$，$\tan\beta=3$，求证：$\alpha+\beta=\frac{3\pi}{4}$.

拓展探究 选考必备层级

15. 求值：

(1) $(\tan 10^\circ-\sqrt{3})\cdot\frac{\cos 10^\circ}{\sin 50^\circ}$；

(2) $[2\sin 50^\circ+\sin 10^\circ(1+\sqrt{3}\tan 10^\circ)]\cdot\sqrt{2\sin^2 80^\circ}$.

16. 先证明 $\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta$，并利用该式计算 $\sin^2 20^\circ+\sin 80^\circ\sin 40^\circ$ 的值.

第3课时　两角和与差的正弦、余弦、正切公式(3)

基础过关　学考基础层级

1. 将 $\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha$ 化成 $A\sin(\alpha+\varphi)(A>0)$ 的形式，则 $A=$________，最小正角 $\varphi=$________.

2. 若 $\sqrt{3}\cos x-\sin x=-\frac{6}{5}$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=$________.

3. 若 $x\in\mathbf{R}$ 且 $\sqrt{3}\sin x+\cos x=2a-3$，则实数 a 的取值范围是________.

4. 在△ABC 中，已知 $\sin(A-B)\cos B+\cos(A-B)\cdot\sin B\geqslant1$，则△$ABC$ 是　　(　　)

A. 锐角三角形　　B. 钝角三角形

C. 直角三角形　　D. 等腰非直角三角形

5. 将 $-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha$ 化成 $A\sin(\alpha+\varphi)(A>0,0<\varphi<2\pi)$ 的形式，以下式子正确的是　　(　　)

A. $\sin\left(\alpha+\frac{4}{3}\pi\right)$　　B. $\sin\left(\alpha+\frac{7}{6}\pi\right)$

C. $-\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$　　D. $\sin\left(\alpha-\frac{2}{3}\pi\right)$

6. 若 $0\leqslant\alpha\leqslant2\pi$，$\sin\alpha>\sqrt{3}\cos\alpha$，求 α 的取值范围.

能力提升　学考进阶层级

7. 若 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ 且 α 是第二象限的角，则 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=$________.

8. 若 $\tan\alpha=2$，$\tan(\beta-\alpha)=3$，则 $\tan(\beta-2\alpha)=$________.

9. 设 θ 为第二象限的角，若 $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$，则 $\sin\theta+\cos\theta=$________.

10. A,B,C 是△ABC 的三个内角，且 $\tan A,\tan B$ 是方程 $3x^2-5x+1=0$ 的两个实数根，则△ABC 是　　(　　)

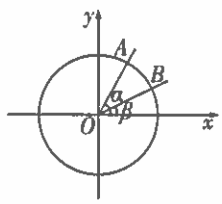
A. 钝角三角形　　B. 锐角三角形

C. 直角三角形　　D. 无法确定

11. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以 Ox 轴为始边作两个锐角 α,β，它们的终边分别与单位圆相交于 A、B 两点，已知 A,B 的横坐标分别为 $\frac{\sqrt{2}}{10},\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(1)求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值；

(2)求 $\alpha+2\beta$ 的大小.



12. 已知 $\tan A$ 与 $\tan\left(-A+\frac{\pi}{4}\right)$ 是方程 $x^2+px+q=0$ 的根，且 $3\tan A=2\tan\left(\frac{\pi}{4}-A\right)$，求 p 与 q 的值.

13. 求证：$\tan(\alpha+\beta)-\tan(\alpha-\beta)-\tan 2\beta=\tan(\alpha+\beta)\cdot\tan(\alpha-\beta)\cdot\tan 2\beta$.

14. 是否存在锐角 α 和 β，使(1)$\alpha+2\beta=\frac{2}{3}\pi$；(2)$\tan\frac{\alpha}{2}\cdot\tan\beta=2-\sqrt{3}$ 同时成立？若存在，求出 α 和 β 的值；若不存在，请说明理由.

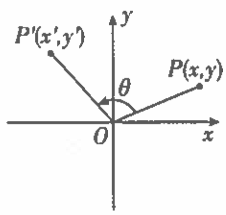
拓展探究 选考必备层级

15. 已知 $\tan\alpha$，$\tan\beta$ 是方程 $x^2+bx+c=0(c\neq 0)$ 的两个根，求证：

$\sin^2(\alpha+\beta)+b\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta)+c\cos^2(\alpha+\beta)=c$.

16. 如图，已知平面上任意一点 $P(x,y)$ 与原点的距离保持不变，点 P 逆时针旋转 θ 角到点 $P'(x',y')$. 试证明绕原点旋转变换公式：

$$\begin{cases}x'=x\cos\theta-y\sin\theta,\\ y'=x\sin\theta+y\cos\theta.\end{cases}$$



第4课时　二倍角公式

基础过关　学考基础层级

1. 形如$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$的式子叫做行列式，其运算法则为$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$，已知$\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=0$，则$\sin 2\alpha=$________.

2. 计算$\sqrt{1+\cos 100^\circ}-\sqrt{1-\cos 100^\circ}=$________.

3. $\dfrac{2\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}\cdot\dfrac{\cos^2\alpha}{\cos 2\alpha}=$________.

4. 已知$\sin\alpha=2\cos\alpha$，则$\tan 2\alpha$的值为________.

5. 已知$\cos\alpha=-\dfrac{12}{13}$，$\alpha\in\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$，求$\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$，$\tan 2\alpha$的值.

6. 已知$\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$，且$0<\alpha<\pi$，求$\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$，$\tan 2\alpha$的值.

能力提升　学考进阶层级

7. 已知角α的终边位于函数$y=-3x$的图像上，则$\cos 2\alpha$的值为________.

8. 若$-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，则$\cot 2\alpha=$________.

9. 已知$\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)=\dfrac{3}{5}$，则$\sin 2x=$________.

10. 已知等腰三角形底角的余弦值为$\dfrac{2}{3}$，则顶角的正弦值是　　(　　)

A. $\dfrac{4\sqrt{5}}{9}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$　　C. $-\dfrac{4\sqrt{5}}{9}$　　D. $-\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$

11. 若$\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin 2\alpha+\cos^2\alpha$，$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，则$\tan\alpha=$________.

12. 已知$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

(1)求$\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)$的值；

(2)求$\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}-2\alpha\right)$的值.

13. 若$\pi<\theta<\dfrac{3}{2}\pi$，化简$\sqrt{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\cos 2\theta}}-\sqrt{1-\sin\theta}$.

14. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{1}{6}$，且 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，求 $\sin 4\alpha$ 的值.

拓展探究 选考必备层级

15. 某同学在一次研究性学习中发现，以下五个式子的值都等于同一个常数：

(1) $\sin^2 13°+\cos^2 17°-\sin 13°\sin 17°$；

(2) $\sin^2 15°+\cos^2 15°-\sin 15°\cos 15°$；

(3) $\sin^2 18°+\cos^2 12°-\sin 18°\cos 12°$；

(4) $\sin^2(-18°)+\cos^2 48°-\sin(-18°)\cos 48°$；

(5) $\sin^2(-25°)+\cos^2 55°-\sin(-25°)\cos 55°$.

(1)试从上述五个式子中选择一个，求出这个常数；

(2)根据(1)的计算结果，将该同学的发现推广为三角恒等式，并证明你的结论.

16. (1)证明三倍角的余弦公式：$\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$；

(2)利用等式 $\sin 36°=\cos 54°$，求 $\sin 18°$ 的值.

第 5 课时　三角变换的应用

基础过关　学考基础层级

1. 若等腰三角形顶角的正弦为$\frac{24}{25}$，则底角的余弦为________.

2. $\sin 54^{\circ}-\sin 18^{\circ}$的值为________.

3. 若$\frac{3}{2}\pi<\alpha<2\pi$. 化简$\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2\alpha}}=$________.

4. 求证：$\frac{\cos^2\alpha}{\cot\frac{\alpha}{2}-\tan\frac{\alpha}{2}}=\frac{1}{4}\sin 2\alpha$.

能力提升　学考进阶层级

5. 设$\tan\frac{\theta}{2}=3$，则$\sin 2\theta=$________.

6. 若$\cos\alpha=\frac{3}{5}$，$\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，则$\sin\frac{\alpha}{2}=$________，$\cos\frac{\alpha}{2}=$________.

7. 已知θ是第三象限角，$|\cos\theta|=m$，$\sin\frac{\theta}{2}+\cos\frac{\theta}{2}>0$，则$\cos\frac{\theta}{2}$等于　　(　　)

A. $\sqrt{\frac{1+m}{2}}$　　B. $-\sqrt{\frac{1+m}{2}}$

C. $\sqrt{\frac{1-m}{2}}$　　D. $-\sqrt{\frac{1-m}{2}}$

8. 已知$\alpha-\beta=\frac{2\pi}{3}$，且$\cos\alpha+\cos\beta=\frac{1}{3}$，则$\cos(\alpha+\beta)$等于　　(　　)

A. $-\frac{7}{9}$　　B. $\frac{7}{9}$

C. $\frac{9}{7}$　　D. $-\frac{9}{7}$

9. $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$且$\alpha<\beta$，若$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{12}{13}$，求：

(1)$\cos\beta$的值；

(2)$\tan\frac{\beta}{2}$的值.

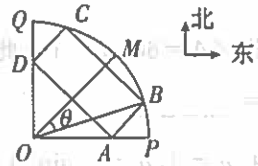
10. 已知$\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta}=\frac{1}{2}$，求$\cos\theta$的值.

11. 求证：$\tan\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=\frac{2}{\cos 2\theta}$.

拓展探究 选考必备层级

12. 当 $k\in \mathbf{Z}$ 时，求 $\left(\tan\frac{5\pi}{12}\right)^{k}\cdot\left(\tan\frac{\pi}{12}\right)^{k+2}$ 的值.

13. 如图所示，某市政府决定在以政府大楼 O 为中心，正北方向和正东方向的马路为边界的扇形地域内建造一个图书馆. 为了充分利用这块土地，并考虑与周边环境协调，设计要求该图书馆底面矩形的四个顶点都要在边界上，图书馆的正面要朝市政府大楼. 设扇形的半径 $OM=R$，$\angle MOP=45^{\circ}$，OB 与 OM 之间的夹角为 θ.



(1)将图书馆底面矩形 $ABCD$ 的面积 S 表示成 θ 的函数；

(2)若 $R=45$ m，求当 θ 为何值时，矩形 $ABCD$ 的面积 S 最大？最大面积是多少？(取 $\sqrt{2}=1.414$)

6.3 解三角形

第1课时 正弦定理

基础过关 学考基础层级

1. 在$\triangle ABC$中，$AB=\sqrt{3}$，$\angle A=45°$，$\angle C=75°$，则$BC=$________.

2. $\triangle ABC$中，若$\angle A=60°$，$b=16$，此三角形面积$S=220\sqrt{3}$，则$c=$________.

3. 在$\triangle ABC$中，$a=3$，$b=5$，$\sin A=\frac{1}{3}$，则$\sin B=$________.

4. 在$\triangle ABC$中，已知$a=5$，$b=8$，并且$\triangle ABC$的面积为10，则角C的大小为________.

5. 在$\triangle ABC$中，分别根据下列条件解三角形，其中有两个解的是 ( )

   A. $a=8$，$b=16$，$A=30°$

   B. $a=25$，$b=30$，$A=150°$

   C. $a=30$，$b=40$，$A=30°$

   D. $a=72$，$b=60$，$A=135°$

6. 在$\triangle ABC$中，角A、B、C所对边分别为a、b、c且$a=3$，$C=60°$，$\triangle ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求边长b和c.

能力提升 学考进阶层级

7. 在$\triangle ABC$中，若$A=60°$，$B=45°$，$BC=3\sqrt{2}$，则$AC=$________.

8. 在$\triangle ABC$中，若$a=3$，$b=\sqrt{3}$，$A=\frac{\pi}{3}$，则$C=$________.

9. 已知a、b、c分别为$\triangle ABC$三个内角A、B、C的对边，$a=2$，且$(2+b)(\sin A-\sin B)=(c-b)\sin C$，则$\triangle ABC$面积的最大值为________.

10. 有一道解三角形的题因纸张破损有一个条件看不清，具体如下：在$\triangle ABC$中，已知$a=\sqrt{3}$，$B=45°$，________，求A. 经推断破损处的条件为三角形一边的长度，且答案提示$A=60°$，试将条件在横线处补全.

11. 在$\triangle ABC$中，$c-a\cos B=(2a-b)\cos A$（a、b、c分别为角A、B、C的对边），则$\triangle ABC$的形状为________.

12. 在$\triangle ABC$中，$a=3$，$b=2\sqrt{6}$，$B=2A$.

    (1)求$\cos A$的值；

    (2)求c的值.

13. 在△ABC中，内角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知$a-b=2$，$c=4$，$\sin A=2\sin B$.

(1)求△ABC的面积；

(2)求$\sin(2A-B)$.

14. 在△ABC中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，$\sqrt{3}b\sin A=a(2-\cos B)$.

(1)求角B的大小；

(2)若$b=\sqrt{3}a$，判断三角形形状.

拓展探究 选考必备层级

15. 在△ABC中，内角A、B、C所对的边分别为a、b、c. 已知$\tan\left(\frac{\pi}{4}+A\right)=2$.

(1)求$\frac{\sin 2A}{\sin 2A+\cos^2 A}$的值；

(2)若$B=\frac{\pi}{4}$，$a=3$，求△ABC的面积.

第2课时 余弦定理

基础过关 学考基础层级

1. 在$\triangle ABC$中，内角A、B、C所对的边分别是a、b、c，已知$b-c=\frac{1}{4}a$，$2\sin B=3\sin C$，则$\cos A$的值为________.

2. 设$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且$a=2$，$\cos C=-\frac{1}{4}$，$3\sin A=2\sin B$，则$c=$________.

3. 已知$\triangle ABC$的三边长分别为3，5，7，则该三角形的外接圆半径等于________.

4. 设$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，$a=b\tan A$.

(1)证明：$\sin B=\cos A$；

(2)若$a=1$，$c=2$，且三角形为钝角三角形，求b的取值范围.

5. 在$\triangle ABC$中，已知$\frac{a^2\sin B}{\cos B}=\frac{b^2\sin A}{\cos A}$，试判断$\triangle ABC$的形状.

能力提升 学考进阶层级

6. 在$\triangle ABC$中，若$\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{4}(a^2+b^2-c^2)$，则$C=$________.

7. 若$\triangle ABC$的三条边a、b、c满足$(a+b)：(b+c)：(c+a)=7：9：10$，则$\triangle ABC$　　(　　)

A. 一定是锐角三角形

B. 一定是直角三角形

C. 一定是钝角三角形

D. 可能是锐角三角形也可能是钝角三角形

8. 在$\triangle ABC$中，$A+C=2B$，$a+c=8$，$ac=15$，求b.

9. 在$\triangle ABC$中，若已知$(a+b+c)\cdot(a+b-c)=3ab$，并且$\sin C=2\sin B\cdot\cos A$，试判断$\triangle ABC$的形状.

10. 在$\triangle ABC$中，a、b、c分别是角A、B、C的对边，且$8\sin^2\frac{B+C}{2}-2\cos 2A=7$.

(1)求角A的大小；

(2)若$a=\sqrt{3}$，$b+c=3$，求b和c的值.

11. 在钝角三角形 ABC 中，$B>90^\circ$，$a=2x-5$，$b=x+1$，$c=4$，求实数 x 的取值范围.

12. 在△ABC 中，内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c. 已知 $\dfrac{\cos A-2\cos C}{\cos B}=\dfrac{2c-a}{b}$.

(1)求 $\dfrac{\sin C}{\sin A}$ 的值；

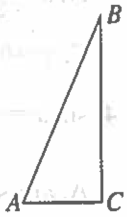
(2)若 $\cos B=\dfrac{1}{4}$，△ABC 的周长为 5，求 b 的长.

拓展探究 选考必备层级

13. 如图，A、B、C 三地有直道相通，$AB=5$ 千米，$AC=3$ 千米，$BC=4$ 千米. 现甲、乙两警员同时从 A 地出发匀速前往 B 地，经过 t 小时，他们之间的距离为 $f(t)$（单位：千米）. 甲的路线是 AB，速度为 5 千米/时，乙的路线是 ACB，速度为 8 千米/时. 乙到达 B 地后原地等待. 设 $t=t_1$ 时乙到达 C 地.

(1)求 t_1 与 $f(t_1)$ 的值；

(2)已知警员的对讲机的有效通话距离是 3 千米. 当 $t_1\leqslant t\leqslant 1$ 时，求 $f(t)$ 的表达式，并判断 $f(t)$ 在 $[t_1,1]$ 上的最大值是否超过3 千米？说明理由.



第 3 课时 反三角运算

基础过关 学考基础层级

1. 已知 $\cos(\pi+\theta)=-\frac{2}{3}$，$\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，则 $\theta=$________.

2. 计算：$\arccos\left(\cos\frac{6\pi}{5}\right)=$________.

3. 已知 $\arccos\frac{4}{5}-\arccos\left(-\frac{4}{5}\right)=\arcsin x$，则有 ( )

A. $x=\frac{24}{25}$　　B. $x=-\frac{24}{25}$

C. $x=0$　　D. 这样的 x 不存在

4. $\sin x=\frac{1}{4}$，$\frac{\pi}{2}<x<\pi$，则 x 等于 ( )

A. $\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)$　　B. $\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)$

C. $\pi+\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)$　　D. $\frac{\pi}{2}-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)$

5. 计算下列各式的值：

(1)$\arcsin\frac{1}{2}$；(2)$\arcsin(-1)$.

6. 用反正弦形式表示下列各角：

(1)$\sin x=-\frac{1}{4}$，$x\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$；

(2)$\sin x=a$，$a\in(-1,0)$，$x\in[\pi,2\pi]$.

能力提升 学考进阶层级

7. $\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{12}\right)=$________.

8. 设 $a=\cos\frac{7}{5}\pi$，则方程 $\cos x=a$ 的解集为________.

9. 已知△ABC 的三边长分别是 3、6、8，则其最大角为________.(用反三角符号表示)

10. 下列关系式中正确的是 ( )

A. $\arcsin\left[\sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right)\right]=-\frac{5\pi}{4}$

B. $\sin\left(\arcsin\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{3}$

C. $\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\arcsin\frac{\pi}{4}\right)$

D. $\arcsin(-2)=\arcsin 2$

11. 如果 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，那么 $\arcsin\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\right]+\arccos[\sin(\pi+\alpha)]$ 的值为 ( )

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. $-\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{2}-2\alpha$　　D. $-\frac{\pi}{2}-2\alpha$

12. 求下列各式的值：

(1)$\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)$；(2)$\arcsin\frac{\sqrt{10}}{10}+\arcsin\frac{\sqrt{5}}{5}$.

13. 方程 $x^2+3\sqrt{3}x+4=0$ 的两个实数根为 x_1、x_2，记 $\alpha=\arctan x_1$，$\beta=\arctan x_2$，求 $\alpha+\beta$.

拓展探究 选考必备层级

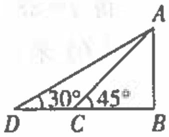
14. 求证：$\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}(x\in[-1,1])$.

第4课时　解三角形在实际问题中的应用

基础过关　学考基础层级

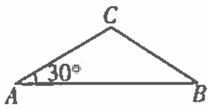
1. 一只蚂蚁沿东北方向爬行 x cm 后，再向右转 $105°$ 爬行 20 cm，又向右转 $135°$，这样继续爬行可回到出发点处，那么 $x=$________cm.

2. 如图所示，D、C、B 在地平面同一直线上，$DC=10$ m，从 D、C 两地测得 A 点的仰角分别为 $30°$ 和 $45°$，则 A 点离地面的高 $AB=$________.



3. 在相距 2 千米的 A、B 两点处测量目标点 C，若 $\angle CAB=75°$，$\angle CBA=60°$，则 A、C 两点之间的距离为________千米.

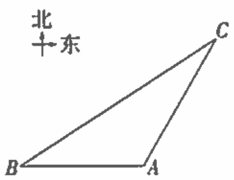
4. 学校体育馆的人字形屋架为等腰三角形，如图，测得 AC 的长度为 4 m，$\angle A=30°$，则其跨度 $AB=$________.



5. 如图，一智能扫地机器人在 A 处发现位于它正西方向的 B 处和北偏东 $30°$ 方向上的 C 处分别有需要清扫的垃圾，红外线感应测量发现机器人到 B 的距离比到 C 的距离少 0.4 m，于是选择沿 $A\to B\to C$ 路线清扫，已知智能扫地机器人的直线行走速度为 0.2 m/s，忽略机器人吸入垃圾及在 B 处旋转所用时间，10 s 钟完成了清扫任务.

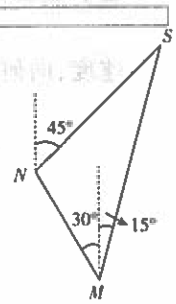
(1)求 B、C 两处垃圾之间的距离；(精确到 0.1)

(2)求智能扫地机器人此次清扫行走路线的夹角 B 的余弦值.

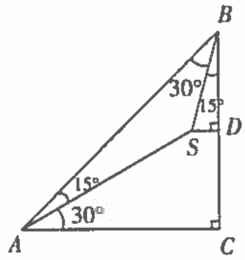


能力提升　学考进阶层级

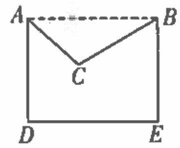
6. 如图，一货轮航行到 M 处，测得灯塔 S 在货轮的北偏东 $15°$，与灯塔 S 相距 20 海里，随后货轮按北偏西 $30°$ 的方向航行 30 分钟后，又测得灯塔在货轮的东北方向，则货轮的速度为________海里/时.



7. 如图所示，在山底 A 处测得山顶 B 的仰角 $\angle CAB=45°$，沿倾斜角为 $30°$ 的山坡向山顶走 1 000 m 到达 S 点，又测得山顶仰角 $\angle DSB=75°$，则山高 $BC=$________.

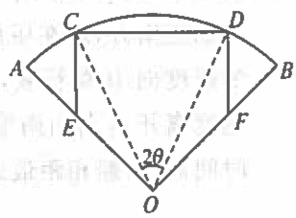


8. 一角槽的横断面如图所示，四边形 $ABED$ 是矩形，若 $\angle DAC=50°$，$\angle CBE=70°$，$AC=90$，$BC=150$，则 $DE=$________.



9. 有一长为 100 m 的斜坡，它的倾斜角为 $45°$，现在要把倾斜角改成 $30°$，则坡底要伸长________m.

10. 现有半径为 R、圆心角($\angle AOB$)为 $90°$ 的扇形材料，要裁剪出一个五边形工件 $OECDF$，如图所示. 其中 E，F 分别在 OA、OB 上，C、D 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上，且 $OE=OF$，$EC=FD$，$\angle ECD=\angle CDF=90°$. 记 $\angle COD=2\theta$，五边形 $OECDF$ 的面积为 S.



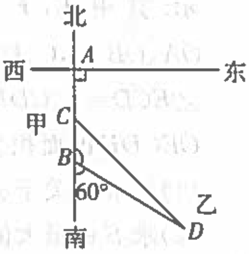
(1)试求 S 关于 θ 的函数关系式；

(2)求 S 的最大值.

11. 甲船在 A 处遇险，在甲船西南 10 海里 B 处的乙船收到甲船的求救信号后，测得甲船正沿着北偏西 15° 的方向，以每小时 9 海里的速度向某岛靠近. 如果乙船要在 40 分钟内追上甲船，问乙船应以多大速度、向何方向航行？（注：$\sin 21^\circ 47'=\frac{3\sqrt{3}}{14}$）

拓展探究　选考必备层级

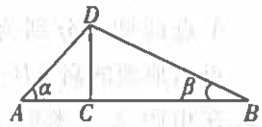
12. 如图所示，A、B 两个小岛相距 21 n mile，B 岛在 A 岛的正南方，现在甲船从 A 岛出发，以 9 n mile/h 的速度向 B 岛行驶，而乙船同时以 6 n mile/h 的速度离开 B 岛向南偏东 60° 方向行驶，问行驶多少时间后，两船相距最近，并求出两船的最近距离.



13. 如图，某公司要在 A、B 两地连线上的定点 C 处建造广告牌 CD，其中 D 为顶端，AC 长 35 米，CB 长 80 米，设 A、B 在同一水平面上，从 A 和 B 看 D 的仰角分别为 α 和 β.

(1)设计中 CD 是铅垂方向，若要求 $\alpha \geqslant 2\beta$，问 CD 的长至多为多少(结果精确到 0.01 米)？

(2)施工完成后，CD 与铅垂方向有偏差，现在实测得 $\alpha=38.12^\circ$，$\beta=18.45^\circ$，求 CD 的长(结果精确到 0.01 米).



第 7 章 三角函数

7.1 正弦函数的图像与性质

第 1 课时 正弦函数的图像

基础过关 学考基础层级

1. 若 x_1,x_2 都满足方程 $\sin x=1$，则 $|x_1-x_2|$ 的最小值为________.

2. $\sin 1,\sin 2,\sin 3$ 按从小到大排列的顺序为________.

3. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sin\sqrt{x}}$ 的定义域为________.

4. 已知正弦函数 $f(x)$ 的图像经过点 $P\left(\dfrac{7\pi}{3},m\right)$，则 $m=$ （ ）

A. $\dfrac{1}{2}$　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　C. 2　D. $\sqrt{3}$

5. 利用"五点法"画出函数 $y=2-\sin x,x\in[0,2\pi]$ 的简图.

6. 解下列方程或不等式：

(1) $|\sin x|=\dfrac{1}{3},x\in[-\pi,\pi]$；

(2) $\sin x>\dfrac{1}{3},x\in[0,2\pi]$.

能力提升 学考进阶层级

7. 函数 $y=1+\sin x,x\in[0,2\pi]$ 的图像与直线 $y=2$ 交点的个数是 （ ）

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

8. 设 $f(x)=\sin\dfrac{\pi}{3}x$，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2\,020)=$________.

9. 方程 $x^2-\sin x=0$ 的根的个数为________.

拓展探究 选考必备层级

10. 已知函数 $f(x)=\sin x$. 若存在 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 满足 $0\leqslant x_1<x_2<\cdots<x_m\leqslant 6\pi$，且 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{m-1})-f(x_m)|=12$ $(m\geqslant 0,m\in\mathbf{N}^*)$，求 m 的最小值.

第 2 课时　正弦函数的性质(1)

基础过关　学考基础层级

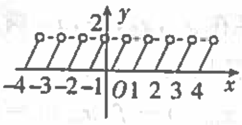
1. 函数 $f(x)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的周期为________.

2. 若实数 $\omega>0$，函数 $f(x)=\cos\omega x+\sin\omega x$ 的最小正周期为 π，则 $\omega=$________.

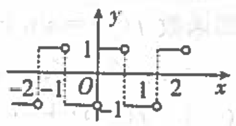
3. 函数 $f(x)=\sin^2\omega x$ 与函数 $g(x)=\sin(-2x)$ 的最小正周期相同，则 $\omega=$________.

4. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(\frac{2\pi}{3}x+\varphi\right)$，且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，$k\in\mathbf{Z}$，则 $f\left(\frac{1}{2}+6k\right)$ 的值为________.

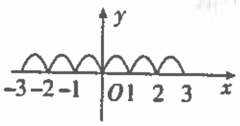
5. 下列是定义在 R 上的四个函数的图像的一部分，其中不是周期函数的是　　(　　)



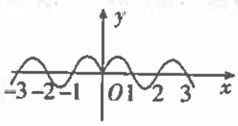
A



B



C



D

6. 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域是 R，且 $f(x)=f(1-x)$，当 $0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=x-x^2$.

(1)求证：$f(x)$ 是周期为 2 的函数；

(2)求 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的解析式.

能力提升　学考进阶层级

7. 函数 $y=f(x)$ 是 R 上的奇函数，满足 $f(3+x)=f(3-x)$，当 $x\in(0,3)$，$f(x)=2^x$，则当 $x\in(-6,-3)$ 时，$f(x)=$________.

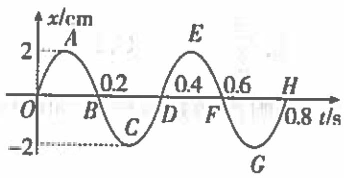
8. 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x)>0$，$f(x+2)=\frac{1}{f(x)}$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则 $f(2\,023)=$________.

9. 若 $f(x)$ 是 R 上周期为 5 的奇函数，且满足 $f(1)=1$，$f(2)=2$，则 $f(3)-f(4)=$________.

10. 函数 $y=\sin\left(\frac{k}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的周期不大于 4，则正整数 k 的最小值为________.

11. 设函数 $f(x)=3\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，$\omega>0$，$x\in\mathbf{R}$，且以 $\frac{\pi}{2}$ 为最小正周期，若 $f\left(\frac{\alpha}{4}+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{9}{5}$，则 $\sin\alpha$ 的值为________.

12. 若单摆中小球相对静止位置的位移 x(cm)随时间 t(s)的变化而周期性变化，如图所示，请回答下列问题：



(1)单摆运动的周期是多少？

(2)从 O 点算起，到曲线上的哪一点表示完成了一次往复运动？如从 A 点算起呢？

(3)当 $t=11$ s 时，单摆小球相对于静止位置的位移是多少？

13. 已知 $f(x)$是定义在 R 上且周期为$\frac{3}{2}$的周期函数，当 $x\in\left(0,\frac{3}{2}\right]$时，$f(x)=1-|2x-1|$，若函数 $y=f(x)-\log_a x(a>1)$在$(0,+\infty)$上恰有 4 个互不相同的零点，求实数 a 的值.

14. 已知函数 $y=f(x)$是定义在 R 上周期为 4 的奇函数.

(1)求 $f(4)$的值；

(2)若$-2\leqslant x\leqslant -1$ 时，$f(x)=\sin\frac{\pi x}{2}+1$，求 $2\leqslant x\leqslant 3$ 时，$f(x)$的解析式.

拓展探究 选考必备层级

15. 函数 $f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x+1$ 的最小正周期为 π，当 $x\in[m,n]$时，$f(x)$至少有 12 个零点，求 $n-m$ 的最小值.

16. 设函数 $y=f(x)$的定义域为 D，如果存在非零常数 T，对于任意 $x\in D$，都有$f(x+T)=T\cdot f(x)$，则称函数 $y=f(x)$是“似周期函数”，非零常数 T 为函数 $y=f(x)$的“似周期”. 现有下面四个关于“似周期函数”的命题：

①如果“似周期函数”$y=f(x)$的“似周期”为-1，那么它是周期为 2 的周期函数；

②函数 $f(x)=x$ 是“似周期函数”；

③函数 $f(x)=2^x$是“似周期函数”；

④如果函数 $f(x)=\cos\omega x$ 是“似周期函数”，那么“$\omega=k\pi,k\in\mathbf{Z}$”.

其中是真命题的序号是________. (写出所有满足条件的命题序号)

第3课时　正弦函数的性质(2)

基础过关　学考基础层级

1. $y=2\sin x^2$ 的值域是________.

2. 函数 $y=2\sin^2 x+2\sin x-3$ 的最大值是________.

3. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+3, x\in\mathbf{R}$，则 $f(x)$ 的最小正周期是________，最小值为________.

4. 函数 $y=\left|\sin x-\frac{1}{2}\right|$ 的最大值是________，此时 $x=$________.

5. 若 x 是三角形的最小角，则 $y=\sin x$ 的值域是________.

6. 函数 $y=\sin x$ 的定义域为 $[a,b]$，值域为 $\left[-1,\frac{1}{2}\right]$，则 $b-a$ 的最大值和最小值之和为　　(　　)

A. $\frac{4\pi}{3}$　　B. 2π　　C. 4π　　D. $\frac{3\pi}{2}$

能力提升　学考进阶层级

7. 若 $f(x)=2\sin\omega x(0<\omega<1)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ 上的最大值是 $\sqrt{2}$，则 $\omega=$________.

8. 函数 $y=1-\cos^2 x+5\sin x$ 的最小值为________，最大值为________.

9. 函数 $f(x)=2\cos^2\frac{x}{2}-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+1$ 的最小值为________.

10. 函数 $f(x)=\sin x+\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的值域为________.

11. 函数 $f(x)=\cos 2x+6\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ 的最大值为________.

12. 函数 $y=-2\sin x+\cos 2x$ 的最大值是________.

13. 若 $\pi<x<2\pi$，$\sin x=\frac{2k-3}{4-k}$ 有意义，求 k 的取值范围.

14. 已知直线 $y=a$，函数 $y=\sin x, x\in[0,2\pi]$，试探求以下问题.

(1)当 a 为何值时，直线 $y=a$ 与函数 $y=\sin x$ 的图像只有一个交点?

(2)当 a 为何值时，直线与函数图像有两个交点?

(3)当 a 为何值时，直线与函数图像有三个交点?

(4)当 a 为何值时，直线与函数图像无交点?

拓展探究　选考必备层级

15. 设函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$，若 $f(x)\geqslant f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ 对任意的实数 x 都成立，求 ω 的最小值.

16. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x+1$.

(1)求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2)若对任意 $x\in\left[\frac{\pi}{6},m\right]$，都有 $f(x)\geqslant f\left(\frac{\pi}{6}\right)$，求 m 的最大值.

第 4 课时　正弦函数的性质(3)

基础过关　学考基础层级

1. 函数 $y=\sin 2x$ 的严格增区间是________.

2. 下列函数是奇函数的为________.

①$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$；②$y=\sin x+1$；③$y=\sin^2 x$；

④$y=\sin(\pi+x)$.

3. 函数 $y=|\sin x|$ 的严格增区间是________.

4. 下列命题中正确的个数为（　　）

①$y=\sin x$ 的严格增区间为$\left[2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$；

②$y=\sin x$ 在第一象限是严格增函数；

③$y=\sin x$ 在$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上是严格增函数.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

5. 求下列函数的严格增区间：

(1)$y=1-\sin\frac{x}{2}$；

(2)$y=\log_{0.5}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{2}\right)$.

6. 判断下列函数的奇偶性.

(1)$f(x)=\sin(2\pi-x)-x^3\cdot\sin x$；

(2)$f(x)=\lg(1-\sin x)-\lg(1+\sin x)$；

(3)$f(x)=\frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}$.

能力提升　学考进阶层级

7. 三个数 $\cos\frac{3}{2}$，$\sin\frac{1}{10}$，$-\cos\frac{7}{4}$ 的大小关系是________.

8. 若已知 $f(x)$ 是奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=\sin 2x+\cos x$. 则 $x<0$ 时，$f(x)=$________.

9. 函数 $f(x)=\sin\left(-2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的严格减区间为________.

10. 关于函数 $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$在以下说法中正确的是（　　）

A. $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上是严格增函数

B. $[0,\pi]$上是严格减函数

C. $[-\pi,0]$上是严格减函数

D. $[-\pi,\pi]$上是严格减函数

11. 已知函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$在区间$[0,a]$(其中 $a>0$)上单调递增，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $0<a\leqslant\frac{\pi}{2}$

B. $0<a\leqslant\frac{\pi}{12}$

C. $a=k\pi+\frac{\pi}{12},k\in\mathbf{N}^*$

D. $2k\pi<a\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{12},k\in\mathbf{N}$

12. 关于函数 $y=\sin^2 x$ 的判断，正确的是（　　）

A. 最小正周期为 2π，值域为$[-1,1]$，在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上是单调减函数

B. 最小正周期为 π，值域为$[-1,1]$，在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上是单调减函数

C. 最小正周期为 π，值域为$[0,1]$，在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上是单调增函数

D. 最小正周期为 2π，值域为$[0,1]$，在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上是单调增函数

13. 已知 ω 是正数，函数 $f(x)=2\sin\omega x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}\right]$ 上是增函数，求 ω 的取值范围.

14. 若 $f(x)=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $[-a,a]$ 上是严格增函数，求正实数 a 的最大值.

15. 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ 是奇函数，且 $0<\varphi<2\pi$.

(1)求 φ；

(2)求函数 $f(x)$ 的严格增区间.

拓展探究 选考必备层级

16. 已知函数 $f(x)=\log_{0.5}|\sin x|$.

(1)求其定义域和值域；

(2)判断其奇偶性；

(3)判断其周期性，若是周期函数，求其最小正周期.

7.2 余弦函数的图像与性质

基础过关 学考基础层级

1. 函数 $y=\sqrt{1-2\cos x}+\lg(2\sin x-1)$ 的定义域为________________.

2. 函数 $y=\cos^2 x-\sin^2 x$ 的最小正周期 $T=$________.

3. 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{2}\right)$ 的严格增区间是________.

4. 下列函数中，周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的是 ( )

A. $y=\sin\frac{x}{2}$　　B. $y=\sin 2x$

C. $y=\cos\frac{x}{4}$　　D. $y=\cos(-4x)$

能力提升 学考进阶层级

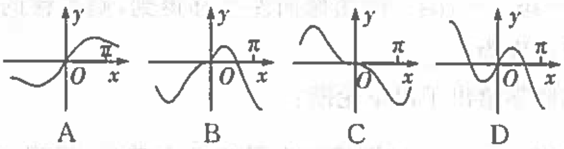
5. 在 $(0,2\pi)$ 内使 $\sin x>|\cos x|$ 的 x 的取值范围是________.

6. 已知函数 $y=\cos x$ 与 $y=\sin(2x+\varphi)(0\leqslant\varphi<\pi)$，它们的图像有一个横坐标为 $\frac{\pi}{3}$ 的交点，则 φ 的值是________.

7. 关于三角函数的图像，有下列命题：
①$y=\sin|x|$ 与 $y=\sin x$ 的图像关于 y 轴对称；
②$y=\cos(-x)$ 与 $y=\cos|x|$ 的图像相同；
③$y=|\sin x|$ 与 $y=\sin(-x)$ 的图像关于 x 轴对称；
④$y=\cos x$ 与 $y=\cos(-x)$ 的图像关于 y 轴对称.
其中正确命题的序号是____________.

8. 关于 θ 的函数 $f(\theta)=\cos^2\theta-2x\cos\theta-1$ 的最大值记为 $M(x)$，则 $M(x)$ 的解析式为__________.

9. 函数 $y=x\cos x+\sin x$ 的图像大致为 ( )



A　B　C　D

10. 求下列函数的定义域：

(1)$y=\sqrt{2\cos x+1}$；(2)$y=\frac{\lg\sin x}{2\sin x-\sqrt{3}}$；

(3)$y=\lg\left(\cos 2x-\frac{1}{2}\right)+\sqrt{9-x^2}$.

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x,\cos x\leqslant\sin x,\\ \cos x,\cos x>\sin x,\end{cases}$ 试画出 $f(x)$ 的图像.

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2,x\leqslant 0,\\ 2\cos x,0<x<\pi,\end{cases}$ 若 $f(f(x_0))=2$，则 $x_0=$________.

13. 已知函数 $f(x)=\cos^2 x+2a\sin x-3,a\in\mathbf{R}$.
(1)求函数 $f(x)$ 的最大值 $g(a)$；
(2)求函数 $g(a)$ 的最小值.

拓展探究 选考必备层级

14. 已知函数 $y=\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{2}|\cos x|$.
(1)画出函数的简图；
(2)这个函数是周期函数吗？如果是，求出它的最小正周期；
(3)指出这个函数的单调区间.

7.3 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像

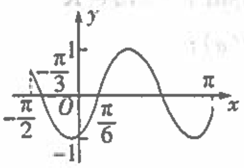
基础过关 学考基础层级

1. 将函数 $f(x)$ 的图像先向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后，再向上平移 1 个单位得函数 $y=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像，则 $f(x)=$________________.

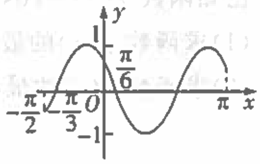
2. 要得到函数 $y=\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像，只需将函数 $y=\sin 4x$ 的图像向________平移________个单位.

3. 为得到函数 $y=\cos x$ 的图像，可以把 $y=\sin x$ 的图像向右平移 φ 个单位得到，那么 φ 的最小正值是________.

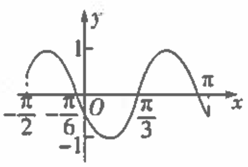
4. 下列表示函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 上的大致图像正确的是 (　　)



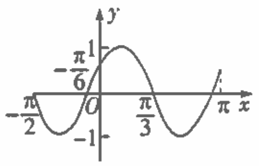
A



B



C



D

5. 将函数 $y=\frac{1}{2}\sin 2x$ 的图像上所有的点的纵坐标不变，横坐标伸长为原来的 2 倍，然后横坐标不变，纵坐标缩短为原来的一半，求所得图像的函数解析式.

6. 用"五点法"画函数 $y=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，$x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$ 的图像.

能力提升 学考进阶层级

7. 某同学用"五点法"画函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0)$ 在一个周期内简图时，列表如下：

$\omega x+\varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$
y	0	2	0	-2	0

则有 $A=$________，$\omega=$________，$\varphi=$________.

8. 要得到函数 $y=\sin x+\cos x$ 的图像，可以由函数 $y=\sin x-\cos x$ 的图像向左平移得到，则平移的最短长度为________.

9. 某同学给出了以下论断：

①将 $y=\cos x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位，得到 $y=\sin x$ 的图像；

②将 $y=\sin x$ 的图像向右平移 2 个单位，可得到 $y=\sin(x+2)$ 的图像；

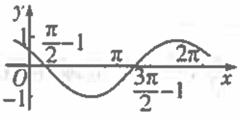
③将 $y=\sin(-x)$ 的图像向左平移 2 个单位，得到 $y=\sin(-x-2)$ 的图像；

④函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像是由 $y=\sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位而得到的.

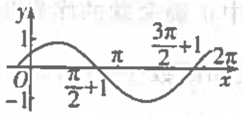
其中正确的结论是________(将所有正确结论的序号都填上).

10. 将函数 $y=f(x)$ 的图像沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再保持图像上的纵坐标不变，而横坐标变为原来的 2 倍，得到的曲线与 $y=\sin x$ 的图像相同，则 $y=f(x)$ 的解析式是________________.

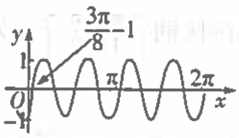
11. 把函数 $y=\cos 2x+1$ 的图像上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），然后向右平移 1 个单位，再向下平移 1 个单位，得到的图像是（　　）



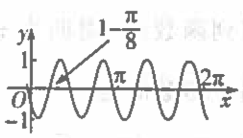
A



B



C



D

12. 将函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$ 图像上的点 $P\left(\frac{\pi}{4},t\right)$ 向左平移 $s(s>0)$ 个单位，得到点 P'，若 P' 位于函数 $y=\sin 2x$ 的图像上，则（　　）

A. $t=\frac{1}{2}$，s 的最小值为 $\frac{\pi}{6}$

B. $t=\frac{\sqrt{3}}{2}$，s 的最小值为 $\frac{\pi}{6}$

C. $t=\frac{1}{2}$，s 的最小值为 $\frac{\pi}{12}$

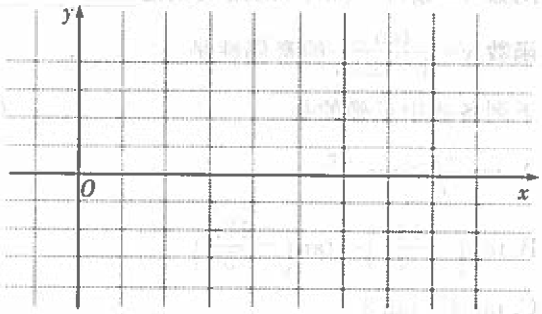
D. $t=\frac{\sqrt{3}}{2}$，s 的最小值为 $\frac{\pi}{12}$

13. 使函数 $y=f(x)$ 图像上每一点的纵坐标保持不变，横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$，然后再将其图像沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到的曲线与 $y=\sin 2x$ 的图像相同，求 $f(x)$ 的表达式.

14. 已知函数 $f(x)=3\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{4}\right)$，$x\in\mathbf{R}$.

(1)列表并画出函数 $f(x)$ 在长度为一个周期的闭区间上的大致图像；

(2)将函数 $y=\sin x$ 的图像作怎样的变换可得到 $f(x)$ 的图像？



拓展探究　选考必备层级

15. 将函数 $y=\lg x$ 的图像向左平移 1 个单位，可得函数 $f(x)$ 的图像；将函数 $y=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，可得函数 $g(x)$ 的图像.

(1)在同一直角坐标系中画出函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图像；

(2)判断方程 $f(x)=g(x)$ 解的个数.

7.4 正切函数的图像与性质

基础过关 学考基础层级

1. 函数 $y=3\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$，则 $\omega=$________.

2. 函数 $y=\lg(1+\tan x)$ 的定义域是________________.

3. 函数 $y=\frac{\tan x}{1+\cos x}$ 的奇偶性是________.

4. 下列各式中正确的是（　　）

A. $\tan\frac{4\pi}{7}>\tan\frac{3\pi}{7}$

B. $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)<\tan\left(-\frac{17\pi}{5}\right)$

C. $\tan 4>\tan 3$

D. $\tan 281°>\tan 665°$

5. 求函数 $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的定义域，并讨论它的单调性.

6. 求函数 $y=-\tan^2 x+4\tan x+1, x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ 的值域.

能力提升 学考进阶层级

7. 函数 $f(x)=\tan\omega x(\omega>0)$ 的图像上的相邻两支曲线截直线 $y=1$ 所得线段长为 $\frac{\pi}{4}$，则 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 的值是________.

8. 若 $a=\log_{\frac{1}{2}}\tan 70°, b=\log_{\frac{1}{2}}\sin 25°, c=\log_{\frac{1}{2}}\cos 25°$，则 $a、b、c$ 的大小关系为________.

9. 给出下列命题：

①函数 $y=\tan|x|$ 不是周期函数；

②函数 $y=\tan x$ 在定义域内是增函数；

③函数 $y=\left|\tan\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right|$ 的周期是 $\frac{\pi}{2}$；

④$y=\sin\left(\frac{5\pi}{2}+x\right)$ 是偶函数.

其中正确命题的序号是________.

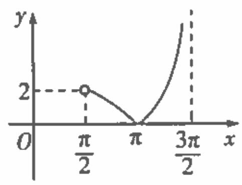
10. 已知函数 $y=\tan\omega x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内是减函数，则 ω 的取值范围为________.

11. 下列函数中，周期为 π，且在区间 $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ 上为严格减函数的是（　　）

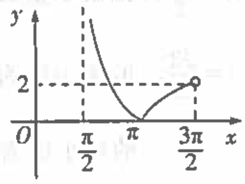
A. $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

C. $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$　　D. $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

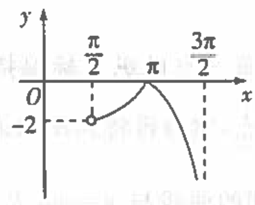
12. 函数 $y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ 内的图像大致是（　　）



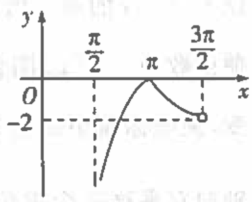
A



B



C



D

13. 判断函数 $f(x)=\lg\frac{\tan x+1}{\tan x-1}$ 的奇偶性.

14. 求函数 $y=\tan\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的定义域、值域，并指出它的周期性、奇偶性、单调性.

15. 利用函数图像，解不等式 $-1\leqslant\tan x\leqslant\frac{\sqrt{3}}{3}$.

拓展探究 选考必备层级

16. 函数 $y=\sin x$ 与 $y=\tan x$ 的图像在区间 $[0,2\pi]$ 上交点的个数是多少？

第 8 章　平面向量

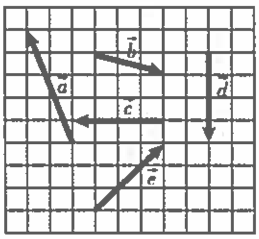
8.1　向量的概念和线性运算

第 1 课时　向量的概念

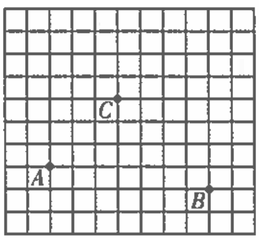
基础过关　学考基础层级

1. 下列物理量中哪些是向量(矢量),哪些是数量(标量):
(1)密度;(2)体积;(3)位移;(4)加速度;(5)重力;(6)功;(7)电阻;(8)速度;(9)电流强度.
其中__________是向量.

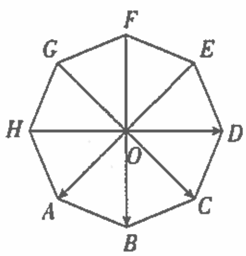
2. 下图中,一个小方格的边长为一个单位长度,所有向量的起点和终点都在格点上,求图中向量的模.
$|\vec{a}|=$________;$|\vec{b}|=$________;$|\vec{c}|=$________;
$|\vec{d}|=$__________;$|\vec{e}|=$__________.



3. 按要求,分别以 A,B,C 为向量的起点,在下图中画出以下向量.(图中每个小正方形的边长均为 1)
(1)正北方向,且模为 2 的向量$\overrightarrow{AE}$;
(2)长度为 $2\sqrt{2}$,方向为北偏西 45°的向量$\overrightarrow{BF}$;
(3)向量$\overrightarrow{BF}$的负向量$\overrightarrow{CF}$.



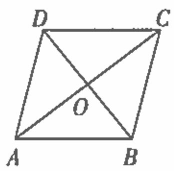
4. 设点 O 为正八边形 $ABCDEFGH$ 的中心,分别写出与$\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OB}$,$\overrightarrow{OC}$,$\overrightarrow{OD}$相等的向量.



5. 一人从点 A 出发,向东走 500 米到达点 B,接着向东偏北 30°走 300 米到达点 C,然后再向东北走 100 米到达点 D. 选择适当的比例尺,用向量表示这个人的位移.

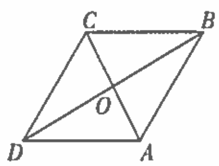
能力提升　学考进阶层级

6. 如图,在四边形 $ABCD$ 中,若$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$,则图中相等的向量是　　(　　)



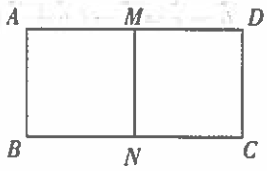
A. $\overrightarrow{AD}$与$\overrightarrow{CB}$　　B. $\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{OD}$
C. $\overrightarrow{AC}$与$\overrightarrow{BD}$　　D. $\overrightarrow{AO}$与$\overrightarrow{OC}$

7. 如图,在菱形 $ABCD$ 中,$\angle BAD=120°$,则以下说法错误的是　　(　　)



A. 与$\overrightarrow{AB}$相等的向量只有 1 个(不含$\overrightarrow{AB}$)
B. 与$\overrightarrow{AB}$的模相等的向量有 9 个(不含$\overrightarrow{AB}$)
C. $\overrightarrow{BD}$的模恰为$\overrightarrow{DA}$的模的$\sqrt{3}$倍
D. $\overrightarrow{CB}$与$\overrightarrow{DA}$不共线

8. 在矩形 $ABCD$ 中，$AD=2AB$，M，N 分别为 AD，BC 的中点，在以 A，B，C，D，M，N 为起点和终点的所有非零向量中，找出所有符合条件的向量：



(1)与$\overrightarrow{AB}$相等的向量______；

(2)$\overrightarrow{BM}$的负向量______；

(3)与$\overrightarrow{AM}$共线的向量______.

9. 判断下列命题是否正确：

①向量$\vec{a}$是零向量的充要条件是$|\vec{a}|=0$；（　　）

②若两个向量相等，则它们的起点和终点分别重合；（　　）

③两个相等向量必定是平行向量；（　　）

④若$\vec{a}$，$\vec{b}$都是单位向量，则$\vec{a}=\vec{b}$；（　　）

⑤若$\vec{a}=\vec{b}$，$\vec{b}=\vec{c}$，则$\vec{a}=\vec{c}$；（　　）

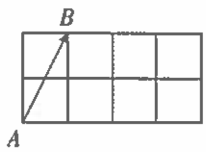
⑥若$\vec{a}/\!/\vec{b}$，$\vec{b}/\!/\vec{c}$，则$\vec{a}/\!/\vec{c}$；（　　）

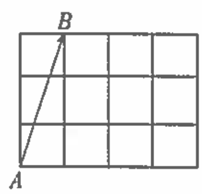
⑦若 A，B，C 三点共线，则$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{AC}$.（　　）

10. 某人向正东方向行进 100 m 后，再向正南方向行进 $100\sqrt{3}$ m，则此人位移的方向是______.

11. (1)如图，在 2×4 的矩形中，起点和终点都在小方格顶点且模与$|\overrightarrow{AB}|$相等的向量共有多少个？(除$\overrightarrow{AB}$外)

(2)如果扩展到 3×4 的矩形呢？(除$\overrightarrow{AB}$外)

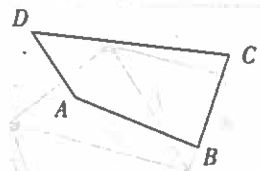




拓展探究 选考必备层级

12. (1)A，B，C 是平面上三个不同的点，若$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{BC}$，那么 A，B，C 的位置关系是______；若进一步有$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$，那么 A，B，C 的位置关系是______；

(2)如图，四边形 $ABCD$，若$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，那么四边形 $ABCD$ 是______.



13. 已知线段 AB 被 $n(n\geqslant2)$ 等分，等分点为 M_1，M_2，M_3，…，M_{n-1}. 从这 $n+1$ 个点中任取两点作为向量的起点和终点.

(1)当 $n=4$ 时，一共可以构成多少个互不相等的非零向量？

(2)求互不相等的非零向量总数，用 n 表示.

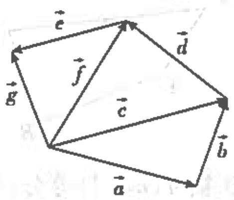
第2课时　向量的加法和减法

基础过关　学考基础层级

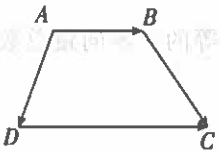
1. 如图，化简：

$\vec{a}+\vec{b}=$________；$\vec{c}+\vec{d}=$________；

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{d}=$________；$\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}=$________．



2. 如图，梯形 $ABCD$，$AB/\!/CD$，且 $AB=\frac{1}{2}DC$，记$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{BC}=$________．（用$\vec{a}$，$\vec{b}$表示）



3. 一架飞机向南飞行 90 千米，然后向西飞行 90 千米，则飞机飞行的路程及两次位移的和为________________．

4. 化简：

(1)$\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=$________；

(2)$\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BD}=$________；

(3)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}=$________；

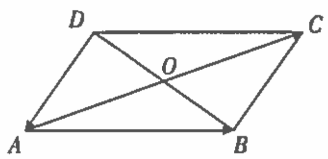
(4)$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AD}=$________；

(5)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}=$________；

(6)$\overrightarrow{NO}+\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}=$________．

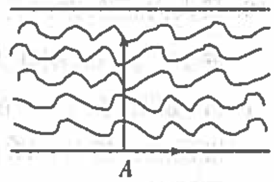
5. 如图，O 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线的交点，若$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DA}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，

求证：$\vec{b}+\vec{c}-\vec{a}=\overrightarrow{OA}$．



6. 作图验证：$\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}=\vec{a}-(\vec{b}+\vec{c})$．

7. 一艘船从 A 点出发，船头偏向上游，在水流的作用下，以实际 5 km/h 的速度向垂直于对岸的方向行驶，江水的速度为向东 2 km/h，求该船的速度大小及航向(精确到 1 度)．



能力提升 学考进阶层级

8. 化简：

(1)$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MB})+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OM}=$________；

(2)$(\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{MN})+(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{QP})=$________.

9. 已知$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AC=BC$，则下列哪几个等式是成立的？

(1)$|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}|=|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}|$；

(2)$|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}|$；

(3)$|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}|$；

(4)$|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}|^2=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|^2=|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{CA}|^2$.

拓展探究 选考必备层级

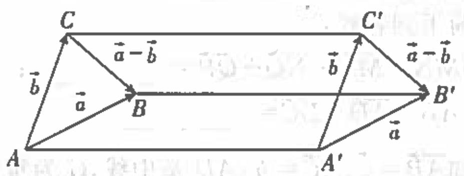
10. 对于非零实数 a，b，有这样的结论：

当 $ab>0$ 时，$|a+b|=|a|+|b|$成立；

当 $ab<0$ 时，$|a+b|=||a|-|b||$成立.

那么对于非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，向量$\vec{a}+\vec{b}$的模$|\vec{a}+\vec{b}|$与$|\vec{a}|+|\vec{b}|$，$||\vec{a}|-|\vec{b}||$有类似的结论吗？请说明理由.

11. 在求作两个向量的和(或差)时，你可能选择不同的始点求和(或差)，思考：选择不同的始点作出的向量和(或差)都相等吗？你能根据下图证明你的结论吗？



第 3 课时 实数与向量的乘法

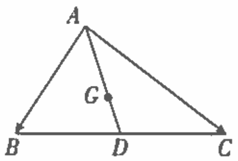
基础过关 学考基础层级

1. 化简下列各式：

(1)$\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}=$________；

(2)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}=$________.

2. 已知$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，$AD$ 是中线，G 为重心，则$\overrightarrow{AD}=$________；$\overrightarrow{AG}=$________.（用向量$\vec{a}$，$\vec{b}$表示）



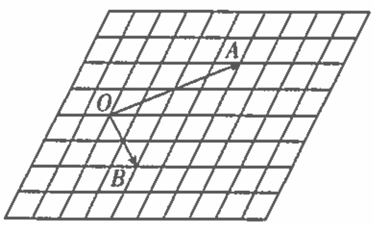
3. 根据下列各题中的条件，分别判断四边形 $ABCD$ 是哪种四边形.

(1)$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$；

(2)$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$；

(3)$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$且$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|$.

4. 已知$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，试确定 M，N，G 在网格中的位置：



$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$；

$\overrightarrow{ON}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})$；

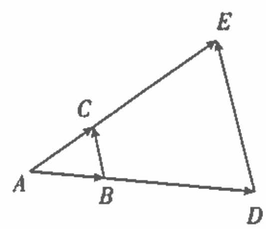
$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$.

5. (1)点 C 在线段 AB 上，且$\frac{|AC|}{|CB|}=\frac{5}{2}$，$\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}=\mu\overrightarrow{AB}$，求实数 λ，μ；

(2)已知$\vec{b}=-\frac{3}{4}\vec{a}$，求向量$\vec{b}$的单位向量$\vec{b}_0$.（用$\vec{a}$表示）

6. 设$\vec{a}$，$\vec{b}$是两个不平行的非零向量，且 $x(2\vec{a}+\vec{b})+y(3\vec{a}-2\vec{b})=7\vec{a}$，$x,y\in\mathbf{R}$，求实数 x，y 的值.

7. 如图，在$\triangle ABC$ 中，已知$\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{DE}=3\overrightarrow{BC}$，试判断向量$\overrightarrow{AC}$与向量$\overrightarrow{AE}$是否共线，并简述理由.



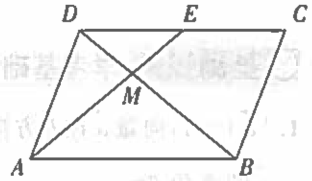
8. 已知：在△ABC 中，$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，求证：$MN/\!/BC$，且 $MN=\frac{1}{3}BC$.

能力提升 学考进阶层级

9. 已知$\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$是两个不平行的向量，向量$\overrightarrow{AB}=3\vec{e_1}-2\vec{e_2}$，$\overrightarrow{BC}=-2\vec{e_1}+4\vec{e_2}$，$\overrightarrow{CD}=-2\vec{e_1}-4\vec{e_2}$，证明：$A$，$C$，$D$ 三点共线.

10. 已知向量$\overrightarrow{AB}$与向量$\overrightarrow{AC}$不共线，若向量$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，求证：$B$，$C$，$D$ 三点共线.

11. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，E 是 DC 的中点，AE 交 BD 于 M，试用向量的方法证明：M 是 BD 的一个三等分点.



12. 设 D，E，F 分别是△ABC 的边 BC，CA，AB 上的点，且 $AF=\frac{1}{2}AB$，$BD=\frac{1}{3}BC$，$CE=\frac{1}{4}CA$，若记$\overrightarrow{AB}=\vec{m}$，$\overrightarrow{CA}=\vec{n}$，试用$\vec{m}$，$\vec{n}$表示$\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{EF}$，$\overrightarrow{FD}$.

8.2 向量的数量积

第1课时 向量的投影

基础过关 学考基础层级

1. $|\vec{a}|=4$，向量$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的数量投影为-1，则$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角$\theta=$________.（用反三角表示）

2. 如果$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的数量投影大于等于0，那么非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角θ的取值范围是（　　）

A. $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$

C. $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$　　D. $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

3. 若$\vec{a}$，$\vec{b}$为单位向量，则下面各式中正确的是（　　）

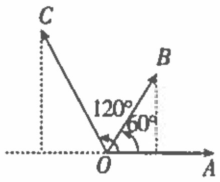
A. $\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的数量投影为1

B. $|\vec{a}|=|\vec{b}|$

C. $\vec{a}-\vec{b}=\vec{0}$

D. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$

4. 如图所示，$|\overrightarrow{OB}|=2$，$|\overrightarrow{OC}|=4$，写出向量$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$在$\overrightarrow{OA}$方向上的数量投影.



5. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为60°，且$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，求向量$\vec{a}$与向量$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角.

能力提升 学考进阶层级

6. 设非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则下列各值中与$|\vec{a}|$相等的有________.

①$|\vec{b}|$；②$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的数量投影；③$\vec{a}-\vec{b}$在$\vec{b}$方向上的数量投影；④$\vec{a}+\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的数量投影；⑤$\vec{a}-\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的数量投影.

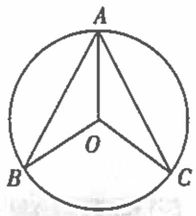
7. 在Rt$\triangle ABC$中，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，$AC=4$，D是AC的中点，求$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{BD}$方向上的数量投影.

8. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=4$，$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的数量投影为-2，求$|\vec{b}|$的最小值.

9. 已知$|\vec{a}|=\sqrt{2}$，$|\vec{b}|=4$，$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为45°，求$\vec{b}$，$\vec{a}-\vec{b}$的夹角.

10. 设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为θ，$|\vec{a}|=\frac{1}{2}$，$|\vec{b}|=3$，m是$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的数量投影，求函数$y=|\vec{a}|^m$的最大值和最小值.

11. 如图，已知圆O中，弦AB的长为$\sqrt{3}$，圆上的点C满足$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，求$\overrightarrow{AC}$在$\overrightarrow{OA}$方向上的数量投影.



拓展探究 选考必备层级

12. 已知直角三角形OAB，AB为斜边，且$|OA|=2$，P是线段AB(含端点)上的一点，则向量$\overrightarrow{OP}$在$\overrightarrow{OA}$方向上的数量投影的取值范围.

13. 已知向量$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，向量$\vec{a}$在向量$\vec{c}$方向上的数量投影等于1，求$|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|$的最小值.

第2课时 向量的数量积的定义与运算律

基础过关 学考基础层级

1. 已知$\vec{a}\cdot\vec{b}=-8$，$|\vec{a}||\vec{b}|=16$，则$\vec{a}$，$\vec{b}$夹角的大小为________.

2. 已知$\vec{a}\cdot\vec{b}=-12$，$|\vec{a}|=6$，则向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$方向上的数量投影为________.

3. 已知$|\vec{a}|$，$|\vec{b}|$，夹角θ，求$\vec{a}\cdot\vec{b}$.

(1)$|\vec{a}|=8$，$|\vec{b}|=4$，$\theta=60°$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=$________；

(2)$|\vec{a}|=7$，$|\vec{b}|=12$，$\theta=150°$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=$________.

4. 已知$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=5$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=5$，则夹角$\theta=$________.

5. 已知$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=4$，按下列条件分别求$\vec{a}\cdot\vec{b}$：

(1)向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为120°；

(2)$\vec{a}/\!/\vec{b}$；

(3)$\vec{a}\perp\vec{b}$.

6. 已知$|\vec{a}|=5$.

(1)$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的数量投影为4，求$\vec{a}\cdot\vec{b}$；

(2)$\vec{a}\cdot\vec{b}=-10$，求$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的数量投影；

(3)$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为135°，求$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的数量投影.

7. 已知$\triangle ABC$是边长为1的正三角形，求$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{BA}$.

8. 如果$\vec{a}$，$\vec{b}$是两个非零向量，求证："$(\vec{a}+\vec{b})^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2$"是"$\vec{a}\perp\vec{b}$"的充要条件.

能力提升 学考进阶层级

9. 已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=2$，且$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的数量投影与$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的数量投影相等，求$|\vec{a}-\vec{b}|$.

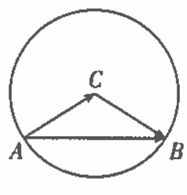
10. 已知$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，求满足条件的实数k使得：

(1)$(\vec{a}+\vec{b})\perp(k\vec{a}-\vec{b})$；

(2)$\vec{a}+\vec{b}$，$k\vec{a}-\vec{b}$的夹角为钝角.

11. 已知$\vec{a}$，$\vec{b}$均是非零向量，且$(\vec{a}+3\vec{b})\perp(7\vec{a}-5\vec{b})$，$(\vec{a}-4\vec{b})\perp(7\vec{a}-2\vec{b})$，求$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角.

12. 如图，在圆C中，已知半径$AC=3$，弦AB长为5，求$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{AC}$的值.



拓展探究 选考必备层级

13. 已知三个单位向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，它们相互间的夹角均为$120°$.

(1)求证：$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{c}$；

(2)若$|k\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|>1$，求实数$k$的取值范围.

14. 已知$\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$，$\vec{e_3}$是空间单位向量，且满足$\vec{e_1}\cdot\vec{e_2}=\vec{e_2}\cdot\vec{e_3}=\vec{e_3}\cdot\vec{e_1}=\frac{1}{2}$，若向量$\vec{b}=3\lambda\vec{e_1}+(1-\lambda)\vec{e_2}$，$\lambda\in\mathbf{R}$. 求$\vec{e_3}$在$\vec{b}$方向上的数量投影的最大值.

8.3 向量的坐标表示

第1课时 向量基本定理

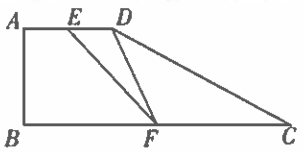
基础过关 学考基础层级

1. 下面三种说法:①一个平面内只有一对不平行向量可作为表示该平面所有向量的基;②一个平面内有无数多对不平行向量可作为表示该平面所有向量的基;③零向量不可为基中的向量.其中正确的说法是__________.(填序号)

2. 已知 D,E,F 分别是△ABC 的边 BC,CA,AB 的中点,记 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$,$\overrightarrow{CA}=\vec{b}$,下列命题中正确的是__________.(填序号)

①$\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$;②$\overrightarrow{BE}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$;③$\overrightarrow{CF}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$;④$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$.

3. 已知梯形 $ABCD$ 中,$AD/\!/CB$,E,F 分别是 AD,BC 边的中点,且 $BC=3AD$,设 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$,$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$,则用 $\vec{a},\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{CD}=$__________,$\overrightarrow{EF}=$__________,$\overrightarrow{DF}=$__________.



4. 在△ABC 中,$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$,$EF/\!/BC$ 交 AC 于点 F,设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$,$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$,则用 $\vec{a},\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BF}=$________.

5. 设点 O 是▱$ABCD$ 两条对角线的交点,下列组合中,①$\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{AB}$;②$\overrightarrow{DA}$ 与 $\overrightarrow{BC}$;③$\overrightarrow{CA}$ 与 $\overrightarrow{DC}$;④$\overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB}$,其中可作为表示平行四边形 $ABCD$ 所在平面所有向量的基的是 ( )

A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ③④

6. 设 D 为△ABC 所在平面内一点,$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$,则 ( )

A. $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

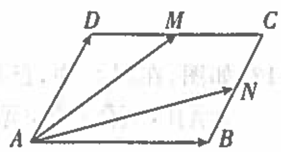
B. $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

7. 在△ABC 中,D 为 BC 上的点,且 $BD=\frac{1}{2}DC$,E 为 AD 上的点,且 $AE=2ED$,若 $\overrightarrow{AB}=\vec{e_1}$,$\overrightarrow{AC}=\vec{e_2}$,试用 $\vec{e_1}$ 与 $\vec{e_2}$ 的线性组合表示 $\overrightarrow{CE}$.

8. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,M,N 分别为 DC,BC 的中点,已知 $\overrightarrow{AM}=\vec{c}$,$\overrightarrow{AN}=\vec{d}$,试用 $\vec{c},\vec{d}$ 表示 $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AD}$.



能力提升 学考进阶层级

9. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\angle BAD=120^\circ$，点 E，F 分别在 BC，DC 上，$BC=3BE$，$DC=\lambda DF$，若 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=1$，则 $\lambda=$________.

10. 已知$\triangle ABC$ 为等边三角形，$AB=2$，设点 P，Q 满足$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，$\lambda\in\mathbf{R}$，若$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=-\frac{3}{2}$，则 $\lambda=$________.

11. 已知平面直角坐标系内的两个向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(m,3m-2)$，且平面内的任一向量$\vec{c}$都可以唯一地表示成$\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$（$\lambda,\mu$ 为实数），则实数 m 的取值范围为（　　）

A. $(-\infty,2)$　　　　B. $(2,+\infty)$

C. $\mathbf{R}$　　　　D. $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$

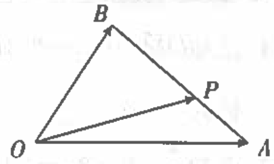
拓展探究 选考必备层级

12. 设两个非零向量$\vec{e_1}$和$\vec{e_2}$不共线.

(1)若$\overrightarrow{AB}=\vec{e_1}+\vec{e_2}$，$\overrightarrow{BC}=2\vec{e_1}+8\vec{e_2}$，$\overrightarrow{CD}=3(\vec{e_1}-\vec{e_2})$，求证：点 A，B，D 共线；

(2)试确定实数 k 的值，使 $k\vec{e_1}+\vec{e_2}$和$\vec{e_1}+k\vec{e_2}$共线.

13. 在$\triangle OAB$ 中，AB 上有一点 P（点 P 不与点 A，B 重合），设$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OP}=x\vec{a}+y\vec{b}$（$x\neq0$，$y\neq0$），求证：$x+y=1$，且$\overrightarrow{AP}=\frac{y}{x}\overrightarrow{PB}$.



第2课时 向量的正交分解与坐标表示、向量线性运算的坐标表示

基础过关 学考基础层级

1. 已知$\overrightarrow{OM}=(3,-2)$，$\overrightarrow{ON}=(-5,-1)$，则$\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$的坐标为__________.

2. 已知$\vec{a}=(-3,-2)$，$\vec{b}=(4,4)$，则$|2\vec{a}+3\vec{b}|=$__________.

3. 已知$\vec{a}=(x-2,3)$，$\vec{b}=(1,y+2)$，若$\vec{a}=\vec{b}$，则$x=$__________，$y=$__________.

4. 已知向量$\vec{e}=(1,2)$，则向量$\vec{e}$的单位向量$\vec{e}_0=$__________.

5. 已知向量$\vec{a}=(2,4)$，$\vec{b}=(-1,1)$，则向量$2\vec{a}-\vec{b}=$ ( )

A. $(5,7)$　　B. $(5,9)$

C. $(3,7)$　　D. $(3,9)$

6. 若向量$\vec{a}=(1,1)$，$\vec{b}=(-1,1)$，$\vec{c}=(4,2)$，则$\vec{c}=$ ( )

A. $3\vec{a}+\vec{b}$　　B. $3\vec{a}-\vec{b}$

C. $-\vec{a}+3\vec{b}$　　D. $\vec{a}+3\vec{b}$

7. 已知点$A(0,1)$，$B(3,2)$，向量$\overrightarrow{AC}=(-4,-3)$，则向量$\overrightarrow{BC}=$ ( )

A. $(-7,-4)$　　B. $(7,4)$

C. $(-1,4)$　　D. $(1,4)$

8. 设平面上三点$A(-1,0)$，$B(0,1)$，$C(3,8)$，试求$2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$的模.

能力提升 学考进阶层级

9. 已知梯形$ABCD$，其中$AB/\!/CD$，且$DC=2AB$，三个顶点$A(1,2)$，$B(2,1)$，$C(4,2)$，则点D的坐标为__________.

10. 设向量$\vec{a}=(m,1)$，$\vec{b}=(1,2)$，且$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$，则$m=$__________.

11. 已知$\vec{m}=(-1,a)$，$\vec{n}=(2a,4)$，又$\vec{p}=\vec{m}+\frac{1}{2}\vec{n}$，且$|\vec{p}|=3$，则实数$a$的值为 ( )

A. 1或-2　　B. -1或2

C. ±1　　D. ±2

12. 已知点A的坐标为$(3,-2)$，点B在y轴上，且$|\overrightarrow{AB}|=3\sqrt{2}$，求$\overrightarrow{AB}$的坐标.

拓展探究 选考必备层级

13. 已知$2\vec{a}+\vec{b}=(-4,3)$，$\vec{a}-2\vec{b}=(3,4)$，求$\vec{a}$，$\vec{b}$的坐标.

14. 已知平行四边形三个顶点的坐标分别为$(-1,0)$，$(3,0)$，$(1,-5)$，求第四个顶点的坐标.

第3课时　向量数量积与夹角的坐标表示

基础过关　学考基础层级

1. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，向量 $\vec{a}=(x,1)$，$\vec{b}=(1,y)$，$\vec{c}=(2,-4)$，且 $\vec{a}\perp\vec{c}$，$\vec{b}\parallel\vec{c}$，则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$________.

2. 已知点 $A(-1,1)$，$B(1,2)$，$C(-2,-1)$，$D(3,4)$，则向量 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{CD}$ 方向上的数量投影为________.

3. 设向量 $\vec{a}=(1,\cos\theta)$ 与 $\vec{b}=(-1,2\cos\theta)$ 垂直，则 $\cos 2\theta=$________.

4. 已知 $\vec{a}=(3,0)$，$\vec{b}=(k,5)$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$，则 k 的值为________.

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\overrightarrow{AB}=(1,-2)$，$\overrightarrow{AD}=(2,1)$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=$　(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

6. 在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AC}=(1,2)$，$\overrightarrow{BD}=(-4,2)$，则四边形 $ABCD$ 的面积为　(　　)

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{5}$　　C. 5　　D. 10

7. 已知 $\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(3,-2)$，$\vec{c}=\vec{a}+k\vec{b}$，$\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$，若 $\vec{c}\perp\vec{d}$，求实数 k 的值.

8. 已知向量 $\vec{a}=(1,-2)$，$\vec{b}=(1,\lambda)$，若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为锐角，求实数 λ 的取值范围.

能力提升　学考进阶层级

9. 在以 OA 为边，OB 为对角线的矩形中，$\overrightarrow{OA}=(-3,1)$，$\overrightarrow{OB}=(-2,k)$，则实数 $k=$________.

10. 已知向量 $\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta)$，$0<\beta<\alpha<\pi$.

(1)若 $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{2}$，求证：$\vec{a}\perp\vec{b}$；

(2)设 $\vec{c}=(0,1)$，若 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$，求 α,β 的值.

11. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-1,-2)$，$B(2,3)$，$C(-2,-1)$.

(1)求以线段 AB,AC 为邻边的平行四边形两条对角线的长；

(2)设实数 t 满足 $(\overrightarrow{AB}-t\overrightarrow{OC})\cdot\overrightarrow{OC}=0$，求 t 的值.

12. 已知向量$\vec{a}=(\sin x,\cos x)$，$\vec{b}=(\sin x,\sin x)$，$\vec{c}=(-1,0)$.

(1)若$x=\frac{\pi}{3}$，求向量$\vec{a}$，$\vec{c}$的夹角θ；

(2)若$x\in\left[-\frac{3\pi}{8},\frac{\pi}{4}\right]$，函数$f(x)=\lambda\vec{a}\cdot\vec{b}$的最大值为$\frac{1}{2}$，求实数$\lambda$的值.

13. 已知位置向量$\vec{a}=(0,-1)$，$\vec{b}=(3,-3)$，$\vec{c}=(2,2)$的终点分别为A，B，C，试判断$\triangle ABC$的形状.

14. 设$\overrightarrow{OA}=(2,5)$，$\overrightarrow{OB}=(3,1)$，$\overrightarrow{OC}=(6,3)$，在$\overrightarrow{OC}$所在直线上是否存在点$M$，使$\overrightarrow{MA}\perp\overrightarrow{MB}$？若存在，求出点$M$的坐标；若不存在，请说明理由.

拓展探究 选考必备层级

15. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$满足$|\vec{a}|=4$，$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的数量投影为2，$\vec{c}\cdot(\vec{c}-\vec{a})=-3$，求$|\vec{b}-\vec{c}|$的最小值.

16. 在同一平面内，已知A为动点，B，C为定点，且$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，$\angle ACB\neq\frac{\pi}{2}$，$BC=1$，$P$为$BC$中点. 过点$P$作$PQ\perp BC$交$AC$所在直线于$Q$，求$\overrightarrow{AQ}$在$\overrightarrow{BC}$方向上数量投影的最大值.

8.4 向量的应用

第1课时 向量的应用(1)

基础过关 学考基础层级

1. 在$\triangle ABC$中,有命题:①$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$;②$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$;③若$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$,则$\triangle ABC$为等腰三角形;④若$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}>0$,则$\triangle ABC$为锐角三角形. 则上述命题正确的是________. (填序号)

2. 在$\triangle ABC$中,$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$,$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$,若$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$,则$\triangle ABC$为________三角形.

3. 在四边形$ABCD$中,$\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,且$|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BC}|$,则这个四边形是________.

4. 若菱形$ABCD$的边长是1,则$|\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}|=$________.

5. 若O为平面内任一点,且$(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-2\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$,则$\triangle ABC$是 ( )

A. 直角三角形或等腰三角形

B. 等腰直角三角形

C. 等腰三角形但不一定是直角三角形

D. 直角三角形但不一定是等腰三角形

6. 已知四边形$ABCD$的四个顶点坐标为$A(1,1)$,$B(2,0)$,$C(3,1)$,$D(2,2)$. 用向量的方法证明:四边形$ABCD$是正方形.

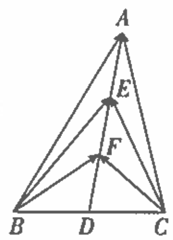
7. 用向量方法证明:菱形的对角线互相垂直.

8. 已知点$A(2,-1)$和$B(-1,4)$,问能否在x轴上找一点C,使$\angle ACB=90^\circ$?若能,求出点C的坐标;若不能,说明理由.

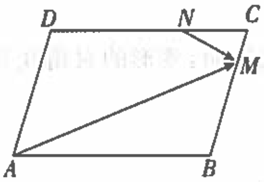
能力提升 学考进阶层级

9. 在等腰梯形$ABCD$中,已知$AB\parallel DC$,$AB=2$,$BC=1$,$\angle ABC=60^\circ$. 点E和F分别在线段BC和DC上,且$\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$,$\overrightarrow{DF}=\frac{1}{6}\overrightarrow{DC}$,则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$的值为________.

10. 如图,在$\triangle ABC$中,D是BC的中点,E,F是AD上的两个三等分点,$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}=4$,$\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{CF}=-1$,则$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{CE}$的值是________.



11. 设四边形 $ABCD$ 为平行四边形，$|\overrightarrow{AB}|=6$，$|\overrightarrow{AD}|=4$. 若点 M,N 满足 $\overrightarrow{BM}=3\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{NC}$，则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{NM}$ 等于 (　　)



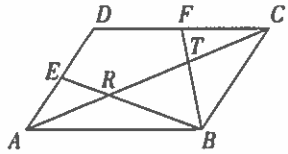
A. 20　　B. 15　　C. 9　　D. 6

12. 已知 O,N,P 在△ABC 所在平面内，且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$，$\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}$，则 O,N,P 依次是△ABC 的 (　　)

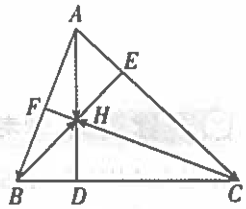
A. 重心、外心、垂心　　B. 重心、外心、内心
C. 外心、重心、垂心　　D. 外心、重心、内心

拓展探究 选考必备层级

13. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E,F 分别为 AD，CD 的中点，BE,BF 分别交 AC 于 R,T 两点. 用向量方法证明：$AR=RT=TC$.



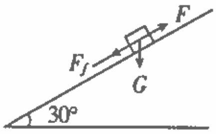
14. 如图所示，AD,BE,CF 是△ABC 的三条高，求证：AD,BE,CF 相交于一点.



第2课时　向量的应用(2)

基础过关　学考基础层级

1. 在30°的斜坡上，放着重量为20 N的物体，若摩擦力$\vec{F_f}$的大小为5 N，物体沿着与坡面平行的方向做匀速直线运动，则作用在物体上的与坡面平行的拉力$\vec{F}$的大小为________.



2. 一飞机向南飞行90千米，然后改变方向，向西飞行90千米，分别用$\vec{a}$，$\vec{b}$表示该飞机的前后两段飞行，则飞机的飞行路程为________，而$\vec{a}+\vec{b}$表示的实际意义为________________.

3. 已知三个力$\vec{f_1}=(-2,-1)$，$\vec{f_2}=(-3,2)$，$\vec{f_3}=(4,-3)$同时作用于某物体上一点，为使物体保持平衡，现加上一个力$\vec{f_4}$，则$\vec{f_4}=$________.

4. 有一两岸平行的河流，水速为1，小船的速度为$\sqrt{2}$，为使所走路程最短，小船应朝________的方向行驶.

5. 点P在平面上做匀速直线运动，速度向量$\vec{v}=(4,-3)$(即点P的运动方向与$\vec{v}$相同，且每秒移动的距离为$|\vec{v}|$个单位)，设开始时点P的坐标为$(-10,10)$，则5秒后点P的坐标为　(　　)

A. $(-2,4)$　　B. $(-30,25)$

C. $(10,-5)$　　D. $(5,-10)$

6. 已知力$\vec{F}$与水平方向的夹角为30°(斜向上)，$\vec{F}$的大小为50 N，$\vec{F}$拉着一个重80 N的木块在摩擦因数$\mu=0.02$的水平面上运动了20 m，问力$\vec{F}$、摩擦力$\vec{f}$所做的功分别为多少?

7. 已知$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，试证明三角形的面积$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2\cdot|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$.

8. 已知$A(3,-4)$，$B(6,-3)$，$C(5-m,-4-m)$，用向量方法求解：

(1)若AB，BC，AC能构成三角形，求实数m应满足的条件；

(2)在$\triangle ABC$中，若$\angle A=\frac{\pi}{2}$，求实数m的值.

能力提升　学考进阶层级

9. 已知点O是$\triangle ABC$的重心，内角A，B，C所对的边长分别为a，b，c，且$2a\cdot\overrightarrow{OA}+b\cdot\overrightarrow{OB}+\frac{2\sqrt{3}}{3}c\cdot\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，则角$C$的大小是________.

10. 将函数 $y=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像按向量 $\vec{a}=\left(-\frac{\pi}{6},-1\right)$ 平移后得到图像的解析式是 ( )

A. $y=3\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)-1$

B. $y=3\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)+1$

C. $y=3\sin 2x+1$

D. $y=3\sin 2x-1$

11. 已知向量 $\vec{a}=(\cos\theta,\sin\theta)$，$\theta\in[0,\pi]$，向量 $\vec{b}=(\sqrt{3},-1)$.

(1)若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，求 θ 的值；

(2)若 $|2\vec{a}-\vec{b}|<m$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

12. 设 $a,b,c,d\in\mathbf{R}$，用向量方法证明 $(ac+bd)^2\leqslant(a^2+b^2)(c^2+d^2)$.

拓展探究 选考必备层级

13. 一船自 A 岛出发向正东方向航行 3 海里到达点 B 后，又向北偏东 30° 的方向航行 5 海里，到达点 C. 在点 C 发现在船的北偏西方向上，距 C 处 24 海里的 D 处有一可疑目标，并测得 $\angle ACD=90°$，若要从 A 岛直接派遣一船到 D 处，试求该船的航行方向及航行距离(角度精确到 1″).

14. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，已知 $\cos A+\cos B-\cos(A+B)=\frac{3}{2}$，求角 C 的值.

第 9 章　复数

9.1　复数及其四则运算

第 1 课时　复数的引入与复数的四则运算

基础过关　学考基础层级

1. 计算：

(1)$\left(\frac{1}{4}-\frac{13}{5}i\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{2}i\right)=$________；

(2)$-1-i-(2+3i)+4i=$________.

2. 计算：

(1)$(7-6i)(-3i)=$________；

(2)$i(2-i)(1-2i)=$________；

(3)$(1-i)^3=$________.

3. 计算：

(1)$i^{2011}=$________；

(2)$i^{350}=$________；$(1+i)^{10}-(1-i)^{10}=$________.

4. 计算：

(1)$(3+4i)(3-4i)=$________；

(2)$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=$________；

(3)$(-1-\sqrt{2}i)(-1+\sqrt{2}i)=$________

5. 已知$(3-4i)z=10-5i$，求复数 z.

能力提升　学考进阶层级

6. 当 $n\in N$ 时，写出 $i^n+(-i)^n$ 的所有可能的取值.(规定 $i^0=(-i)^0=1$)

7. 已知 $z_1,z_2\in C$，$z_1z_2=0$，求证：z_1,z_2 中至少有一个是 0.

拓展探究　选考必备层级

8. 已知 $f(n)=i^n-i^{-n}$，$n\in N^*$，则集合$\{x|x=f(n),n\in N^*\}$的元素个数是　　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9. 已知复数 z 及常数 $k(k>0)$，那么复数 kz 和 $i\cdot z$ 的几何意义分别是什么？

10. 已知实数 x,y 满足 $\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1-2i}=\frac{5}{1-3i}$，求 x,y 的值.

第2课时 复数的实部、虚部与共轭

基础过关 学考基础层级

1. 已知复数：$1+2i$，$(2+\sqrt{2})i$，$2+\sqrt{2}i^2$，$\sqrt{3}i-\sqrt{5}$，0，$-\frac{1}{2}i$，π，i，其中________为实数，________为纯虚数.

2. “$a=0$”是“复数 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$”为纯虚数的 ( )

A. 充分非必要条件　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　D. 非充分非必要条件

3. 下列集合关系表述正确的是 ( )

A. $\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{R}\subseteq\mathbf{C}$　B. $\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{C}\subseteq\mathbf{R}$

C. $\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{R}\subseteq\mathbf{C}$　D. $\mathbf{R}\subseteq\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{C}$

其中：N=自然数集，Z=整数集.

4. “$|z_1|=|z_2|$”是“z_1,z_2 互为共轭”的________条件.

5. 当实数 m 为何值时，复数 $(m^2-3m-4)+(m^2-5m-6)i$，$m\in\mathbf{R}$ 是实数？纯虚数？零？

6. 已知复数 $z=(a^2-4)+(a^2-6a+8)i$，$a\in\mathbf{R}$ 为纯虚数，求实数 a 和复数 z.

7. 判断下列说法是否正确(正确的画“√”；错误的画“×”)

(1)方程 $x^2+1=0$ 在复数集中的解集为 $\{i,-i\}$； ( )

(2)$3+2i>2+2i$； ( )

(3)i 是 -1 的一个平方根； ( )

(4)若复数 $z_1{}^2+z_2{}^2=0$，则 $z_1=z_2=0$； ( )

(5)$bi(b\in\mathbf{R})$是纯虚数； ( )

(6)若 $z=3-4i$，则 $\mathrm{Re}\,z=3$，$\mathrm{Im}\,z=4$. ( )

能力提升 学考进阶层级

8. 解关于实数 x,y 的方程：

(1)$x^2-y^2+(x-3y)i=8$；

(2)$2x^2-(2i-1)x+y-1=0$.

9. 满足 $\log_2(1+m)+[\log_{\frac{1}{2}}(3-m)]\mathrm{i}>\log_2(n+2)+[\log_2(n^2-3n-3)]\mathrm{i}$ 的实数 m、n 的取值分别是什么?

10. 我们规定:$\underbrace{\mathrm{i}\cdot\mathrm{i}\cdot\mathrm{i}\cdot\cdots\cdot\mathrm{i}}_{n个}=\mathrm{i}^n$,例如 $\mathrm{i}^3=\mathrm{i}\cdot\mathrm{i}\cdot\mathrm{i}=(\mathrm{i}\cdot\mathrm{i})\cdot\mathrm{i}=-1\cdot\mathrm{i}=-\mathrm{i}$,请计算:$\sum\limits_{n=1}^{2013}\mathrm{i}^n$ 的值.

拓展探究 选考必备层级

11. 设 M 是一个非空集合,f 是一种运算.如果对于集合 M 中任意两个元素 p,q,实施运算 f 的结果仍是集合中的元素,那么就说集合 M 对于运算 f 是"封闭的".已知集合 $M=\{x|x=a+b\sqrt{2},a,b\in\mathbf{Q}\}$,试验证 M 对于加法、减法、乘法和除法(除数不为 0)运算是封闭的.

9.2 复数的几何意义

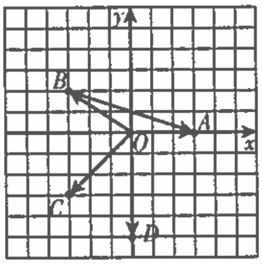
第1课时 复平面与复数的坐标表示、向量表示及复数加法的平行四边形法则

基础过关 学考基础层级

1. 对于每一个复数 $z=a+bi,a,b\in\mathbf{R}$ 在复平面内可以找到唯一的点______及向量______与之对应，其中实数所对应的点都在______上，纯虚数所对应的点都在______上.

2. (1)在复平面内，描出下列复数的点：$2+5i$，$-4+i$，$2-4i$，5，$-3i$；

(2)写出向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{AB}$所表示的复数.



3. (1)若复数 z 与复平面内的点 $Z(1,-9)$ 对应，则复数 $z=$______；

(2)$A(0,-3)$，则向量$\overrightarrow{OA}$所表示的复数 $z=$______.

4. 已知复数 $z=a+bi,a,b\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

(1)表示的复数对应的点在实轴上的有几个？

(2)表示的复数对应的点在虚轴上的有几个？

5. 复数 $z=(m-2)+(m^2-16)i,m\in\mathbf{R}$ 在复平面上所对应的点在第四象限，求 m 的取值范围.

能力提升 学考进阶层级

6. (1)已知$\overrightarrow{OA}=(5,1)$，$\overrightarrow{OB}=(3,2)$，则$\overrightarrow{AB}$在复平面上所对应的复数是 ( )

A. $-2+i$　　B. $3+2i$

C. $2-3i$　　D. $-2+3i$

(2)在复平面上，平行于 y 轴的非零向量所对应的复数一定是 ( )

A. 实数　　B. 虚数且非纯虚数

C. 纯虚数　　D. 无法确定

7. 求实数 m 取何值时，复数 $z=(m^2-8m+15)+(m^2-5m-14)i$ 所对应的点 Z 分别满足下列条件：

(1)点 Z 在虚轴上；

(2)点 Z 在第四象限.

8. 根据下列条件，求复数 z：

(1)z 到原点的距离为$\sqrt{5}$，$\mathrm{Im}z=2\mathrm{Re}z$；

(2)$z=2|z|-7+4i$.

9. 设复数 $z\in C$，在复平面内画出满足下列条件的复数 z 的对应点 Z 的集合所表示的图形：

(1) z 到原点的距离的取值范围是 $[1,2]$；

(2) z 到原点的距离是 3，$|\mathrm{Im}z|\geqslant|\mathrm{Re}z|$.

10. 已知 $a\in\mathbf{R}$，复数 $z_1=1-2a\mathrm{i}$，$z_2=a-1+\mathrm{i}$，比较 z_1，z_2 到原点的距离的大小.

拓展探究　选考必备层级

11. 已知复数 $z=x+y\mathrm{i}$，$x,y\in\mathbf{R}$，在复平面上的对应点 Z 在直线 $x+2y+4=0$ 上，求 Z 到原点距离的最小值.

12. 已知复数 $z=x+y\mathrm{i}(x,y\in\mathbf{R}$ 且 $y\neq0)$，$w=x+\dfrac{3x}{x^2+y^2}+\left(y-\dfrac{3y}{x^2+y^2}\right)\mathrm{i}$ 是实数，且 $2\leqslant w\leqslant4$，求 z 的实部的取值范围.

第2课时　复数的模

基础过关　学考基础层级

1. 已知复数 z_1,z_2 在复平面上所对应的点分别为 Z_1，Z_2，$|z_1-z_2|$ 的几何意义是________．

2. 计算复数 z_1,z_2 在复平面上所对应点间的距离．

(1) $z_1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，$z_2=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$；

(2) $z_1=\overline{z_2}=-3-4\mathrm{i}$．

3. 已知复数 z 满足 $|z-1|=1$，则复数 z 的模的最大值为________；最小值为________．

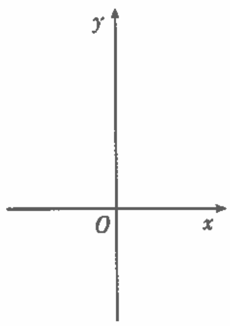
4. 已知复数 z 满足 $|z|=2$，则 $|z-1-\mathrm{i}|$ 的最大值为________；最小值为________．

5. 已知复数 $z=x+y\mathrm{i}$，$x,y\in\mathbf{R}$ 满足 $\frac{|z-1-2\mathrm{i}|}{|z+1+\mathrm{i}|}=1$，则复数 z 在复平面上所对应的点的轨迹是　(　　)

A. 圆　　B. 线段

C. 直线　　D. 以上都不正确

6. 画出满足 $|z-2\mathrm{i}|\leqslant 1$ 的复数 z 在复平面上对应点所表示的图形：



7. 已知复数 $z=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta$，$\theta\in\mathbf{R}$，求 $|z+2\mathrm{i}|$ 的最大值与最小值．

能力提升　学考进阶层级

8. 已知复数 z 满足 $|z+3-4\mathrm{i}|=2$，求 $|z-1|$ 的最大值与最小值．

9. 已知复数 z_1,z_2 满足 $|z_1|=1$，$|z_2|=1$，且 $|z_1+z_2|=\sqrt{3}$，求 $|z_1-z_2|$ 的值．

10. 若复数 z 满足不等式 $|z+3-4\mathrm{i}|\leqslant 7$，求 $|z|$ 的最大值与最小值．

拓展探究　选考必备层级

11. 已知复数 z 满足 $|z+2\mathrm{i}|+|z-\mathrm{i}|=3$，求 $\left|z+1+\frac{4}{3}\mathrm{i}\right|$ 的取值范围．

12. 已知复数 z 满足 $|z+2+\mathrm{i}|=1$，求 $|z|$ 的最大值．

9.3 实系数一元二次方程

基础过关 学考基础层级

1. 实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$,$(a,b,c\in\mathbf{R}$,$a\neq0)$

当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时,方程有一对________根,$x=$____________.

2. 若实系数一元二次方程的一个根是 $\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{7}}{3}i$,则方程的另一个根是________.

3. 在复数集中求下列一元二次方程的根:

(1)$4x^2+9=0$;(2)$x^2-x+1=0$.

4. 在复数集中分解因式:

(1)$x^4-16=$____________;

(2)$2x^2-6x+5=$____________.

5. 关于 x 的方程 $x^2-4kx+k=0$,$k\in\mathbf{R}$ 有虚根,求实数 k 的取值范围.

6. 在复数集中,解下列方程:

(1)$(x-3)(x-5)+2=0$;

(2)$\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x}=1$.

7. 已知关于 x 的方程 $2x^2+bx+c=0(b,c\in\mathbf{R})$有一个虚根为 $\sqrt{2}-\sqrt{3}i$,利用分解因式,求方程的另一个根及 b,c 的值.

能力提升 学考进阶层级

8. 解关于 x 的方程:$x+\frac{t}{x}=1$,$t\in\mathbf{R}$.

9. 已知关于 x 的方程 $x^2+kx+k^2-2k=0(k\in\mathbf{R})$有一个模为 1 的虚根,求 k 的值.

10. 已知关于 x 的方程 $x^2-(2a+1)x+a+2=0$,$a\in\mathbf{R}$ 有虚根,且虚根的平方是实数,求 a 的值,并解此方程.

拓展探究 选考必备层级

11. 尝试虚系数的方程:已知关于 x 的方程 $x^2+(4+i)x+3+pi=0(p\in\mathbf{R})$有实数根,求 p 的值,并解这个方程.

12. 已知关于 x 的方程 $x^2-2ax+a^2-4a+3=0$,$(a\in\mathbf{R})$有两个根 x_1,x_2,且 $|x_1|+|x_2|=3$,求实数 a 的值.

*9.4 复数的三角形式

第1课时 复数的三角形式

基础过关 学考基础层级

1. 写出下列复数的辐角主值：

(1) $-\sqrt{3}-i$；　　(2) $-ai$.

2. 将复数 $3\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ 改写为代数形式为__________.

3. 写出 $-\sqrt{3}-i$ 的所有辐角.

4. 把下列复数的代数形式改写成三角形式：

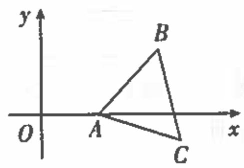
(1) $1-i$；(2) $2i$；(3) -1.

5. 将复数 $z=1+\cos 2x+\sin 2xi\left(x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\right)$ 化为三角形式.

6. 将复数 $a+bi\ (a>0,b>0)$ 化为三角形式.

能力提升 学考进阶层级

7. 如图，复平面内的△ABC 是等边三角形，它的两个顶点 A，B 的坐标分别为 $(1,0)$，$(2,1)$，求点 C 的坐标.



8. 已知 $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，$z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$，由原点和 z_1，z_2 所对应的点围成的三角形面积是多少？

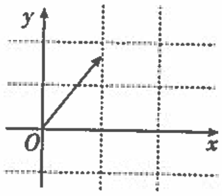
9. 在复平面内，把与复数$-i$对应的向量绕原点O按逆时针方向旋转$45°$，所得向量对应的复数为z，求复数z是__________.（用代数形式表示）.

拓展探究 选考必备层级

10. 设复数$z=1+\sqrt{3}i$在复平面内对应的点为Z，

(1)写出Z的坐标，并在图中描出点Z的位置，作出向量$\overrightarrow{OZ}$；

(2)记r为向量$\overrightarrow{OZ}$的模，θ是以x轴正半轴为始边，射线OZ为终边的一个角，求r的值，并写出θ的任意一个值，探讨r,θ与$z=1+\sqrt{3}i$的实部、虚部之间的关系.



11. 已知复数z满足$z^2+2z+4=0$，且$\arg z\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

(1)求z的三角形式；

(2)记A,B,C分别表示复数$z,\omega,-2\omega$在复平面上的对应点. 已知A,B,C三点成逆时针顺序，且$\triangle ABC$为等边三角形，求$\tan(\arg\omega)$的值.

第2课时　三角形式下复数的乘除、乘方与开方

基础过关　学考基础层级

1. 计算：$\frac{(1+i)^3(\sqrt{3}-i)}{1+\sqrt{3}i}=$________.

2. 复数$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$的平方根是________

3. 计算：$(\cos 36°+i\sin 36°)^{-5}=$________.

4. 计算$\frac{3(\cos 270°+i\sin 270°)}{\frac{1}{3}[\cos(-90°)+i\sin(-90°)]}$的结果是　(　　)

A. -9　　B. 9　　C. -1　　D. 1

5. 计算：$\left[2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\right]^{-4}$.

能力提升　学考进阶层级

6. 求$z_1=3+4i$，$z_2=-1+7i$在复平面上所对应的夹角大小.

7. 设O为复平面上的原点，A，B为单位圆上两点，A，B所对应的复数分别为z_1，z_2. z_1，z_2的辐角主值分别为α，β. 若$\triangle AOB$的重心G对应的复数为$\frac{1}{3}+\frac{1}{15}i$，求$\tan(\alpha+\beta)$.

8. 已知$z=\frac{-1+i}{i}-2i$，$z_1-\bar{z}\cdot z_2=0$，$\arg z_2=\frac{7\pi}{12}$，若z_1，z_2在复平面上分别对应点A，B，且$|AB|=\sqrt{2}$，求z_1的立方根.

拓展探究　选考必备层级

9. (多选题)欧拉公式$e^{ix}=\cos x+i\sin x$(i为虚数单位，$x\in\mathbf{R}$)是由瑞士著名数学家欧拉发现的，它将指数函数的定义域扩大到复数，建立了三角函数和指数函数之间的关系，它被誉为“数学中的天桥”，根据此公式可知，下列结论正确的是　(　　)

A. $e^{\pi i}+1=0$

B. $|e^{ix}|=1$

C. $\cos x=\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2}$

D. e^{12i}在复平面内对应的点位于第二象限

名教联盟